

حل التمرين 1

- 1 - يتعلق مفعول قوة على دوران جسم بعاملين اثنين هما شدة هذه القوة و المسافة بين خط تأثيرها و محور الدوران.  
2 - باعتبار توازن الكتلة المعلمة لدينا العلاقة:  $F = m \cdot g$

التجربة	$F(N)$	$d(m)$	$F \cdot d(N \cdot m)$
1	0,245	0,060	0,014 7
2	0,490	0,030	0,014 7
3	0,980	0,015	0,014 7

- 3 - الجداء  $F \cdot d$  ثابت.  
4 - عزم قوة مطبقة على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت و متعامد مع خط تأثيرها يساوي جداء شدتها و المسافة الفاصلة بين خط تأثيرها و محور الدوران.

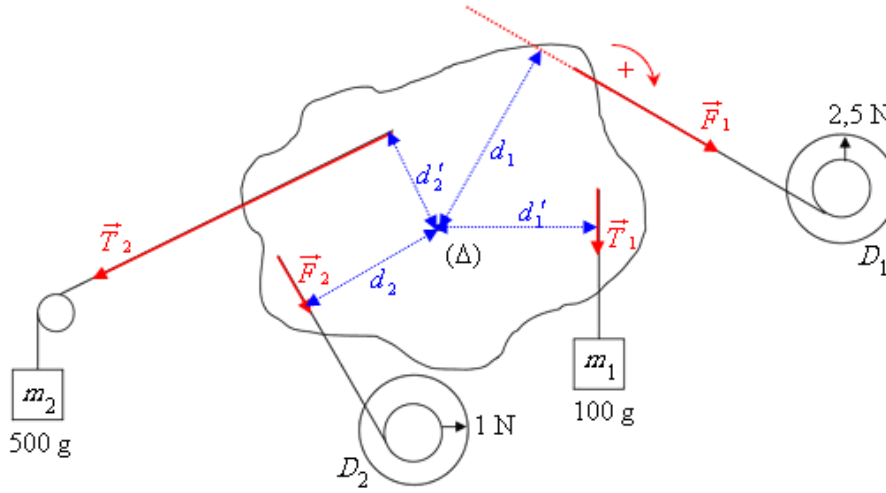
حل التمرين 2

- 1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة  
تخضع الصفيحة لأربع قوى:  $\vec{P}$  وزنها ،  $\vec{R}$  تأثير المحور ( $\Delta$ ) ،  $\vec{F}_1$  تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة  $m_1$  ، و  $\vec{F}_2$  تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة  $m_2$  .  
2 - عزم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران  
خطا تأثير  $\vec{P}$  و  $\vec{R}$  يتقاطعان مع محور الدوران ( $\Delta$ ) : عزمهما منعدمان :  $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$   
 $M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot d_2 = -m_2 \cdot g \cdot d_2$  و  $M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot d_1 = +m_1 \cdot g \cdot d_1$   
ت.ع.  $M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +100 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 2,0 \times 10^{-2} = +1,96 \cdot 10^{-2} N \cdot m$   
 $M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -200 \times 10^{-3} \times 9,8 \times 1,0 \times 10^{-2} = -1,96 \cdot 10^{-2} N \cdot m$   
نستنتج المجموع الجبري لعزم القوى:  $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) = 0$   
3 - بشرط توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت (مبرهنة العزم)  
في حالة توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت، المجموع الجبري لعزم كل القوى المطبقة عليه منعد،  
$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

1 - جرد جميع القوى المطبقة على الصفيحة  
تخضع الصفيحة لست قوى:  $\vec{P}$  وزنها،  $\vec{R}$  تأثير المحور  $(\Delta)$ ،  $\vec{F}_1$  تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر  $D_1$ ،  $\vec{T}_1$  تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة  $m_1$ ،  $\vec{F}_2$  تأثير الخيط المرتبط بالدينامومتر  $D_2$ ، و  $\vec{T}_2$  تأثير الخيط المرتبط بالكتلة المعلمة  $m_2$ .

2 - تمثيل متجهات القوى المقرونة بتأثيرات الخيوط على الصفيحة باستخدام السلم  $1\text{ cm} \leftrightarrow 1\text{ N}$   
شداتها هي:

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1 \cdot g = 100 \times 10^{-3} \times 10 = 1,0\text{ N} & F_1 &= 2,5\text{ N} \\ T_2 &= m_2 \cdot g = 500 \times 10^{-3} \times 10 = 5,0\text{ N} & F_2 &= 1,0\text{ N} \end{aligned}$$



3 - عزم هذه القوى بالنسبة لمحور الدوران

• المسافات الفاصلة بين خطوط تأثير القوى و محور الدوران:

$$\begin{aligned} d'_1 &= 2,4\text{ cm} & d_1 &= 3,1\text{ cm} \\ d'_2 &= 1,6\text{ cm} & d_2 &= 2,3\text{ cm} \end{aligned}$$

• عزم القوى بالنسبة لمحور الدوران:

$$\begin{aligned} M_{\Delta}(\vec{F}_1) &= +F_1 \cdot d_1 = +7,75 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_{\Delta}(\vec{F}_2) &= -F_2 \cdot d_2 = -2,3 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_{\Delta}(\vec{T}_1) &= +T_1 \cdot d'_1 = +2,4 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \\ M_{\Delta}(\vec{T}_2) &= -T_2 \cdot d'_2 = -8,0 \cdot 10^{-2}\text{ N.m} \end{aligned}$$

4 - المجموع الجبري لعزم القوى

خطا تأثير  $\vec{P}$  و  $\vec{R}$  يتقاطعان مع محور الدوران  $(\Delta)$ : عزمهما منعدمان:  $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$   
نستنتج المجموع الجبري لعزم القوى:

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) + M_{\Delta}(\vec{T}_1) + M_{\Delta}(\vec{T}_2) = -0,0015 \approx 0$$

باعتبار الأخطاء في القياسات، يمكن اعتبار مجموع العزم منعدما تقريبا.

حل التمرين 4

- 1 - جرد جميع القوى المطبقة على العارضة  
تخضع العارضة لأربع قوى:  $\vec{P}$  وزنها (مهمل) ، تأثير القوة  $\vec{F}$  ، تأثير النابض  $\vec{T}$  وتأثير المحور  $(\Delta)$  ،  
2 - شدة القوة التي يطبقها النابض على العارضة

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران  $(\Delta)$  ، لدينا:

$$M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{T}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$$

$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$  لأن خط تأثير  $\vec{R}$  يتقاطع مع محور الدوران  $(\Delta)$

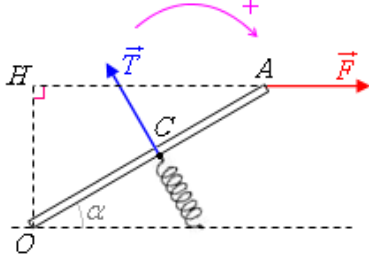
$$M_{\Delta}(\vec{F}) = +F \cdot OH = +F \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$M_{\Delta}(\vec{T}) = -T \cdot OC = -T \cdot \frac{OA}{2}$$

$$F \cdot OA \cdot \sin \alpha - T \cdot \frac{OA}{2} = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$T = 2F \cdot \sin \alpha \quad \leftarrow$$

$$T = 2 \times 20 \times \sin 30^\circ = 20 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$



حل التمرين 5

- 1 - شدة القوة  $(A, \vec{F}')$  التي تطبقها العتلة على المسمار  
بإهمال وزنها وتخضع العتلة لثلاث قوى:  $(B, \vec{F})$  و  $(O, \vec{R})$  و  $(A, \vec{F}'')$  تأثير المسمار على العتلة.  
حيث:  $F'' = F'$  حسب مبدأ التأثيرات البينية.

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران  $(\Delta)$  ، لدينا:

$$M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{F}'') = 0$$

$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$  لأن خط تأثير  $\vec{R}$  يتقاطع مع محور الدوران  $(\Delta)$

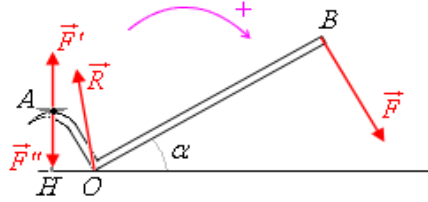
$$M_{\Delta}(\vec{F}) = +F \cdot OB$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}'') = -F'' \cdot OH = -F' \cdot OA \cdot \sin \alpha$$

$$F \cdot OB - F' \cdot OA \cdot \sin \alpha = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$F' = F \cdot \frac{OB}{OA \cdot \sin \alpha} \quad \leftarrow$$

$$F' = 200 \times \frac{0,70}{0,10 \times \sin 30^\circ} = 2800 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$



- 2 - شدة القوة  $(O, \vec{R})$  التي يطبقها سطح التماس على العتلة

بتطبيق الشرط الآخر للتوازن، لدينا:  $\vec{F} + \vec{R} + \vec{F}'' = \vec{0}$   
ثم إسقاط هذه العلاقة في المعلم  $(O, x, y)$ :

$$\begin{cases} -F \cdot \sin \alpha + R_x + 0 = 0 \\ -F \cdot \cos \alpha + R_y - F'' = 0 \end{cases} \quad \leftarrow \quad \begin{cases} F_x + R_x + F_x'' = 0 \\ F_y + R_y + F_y'' = 0 \end{cases}$$

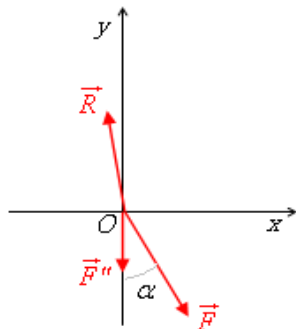
و نستنتج إحداثيتي القوة  $(O, \vec{R})$ :  
 $R_x = F \cdot \sin \alpha$   
 $R_y = F \cdot \cos \alpha + F''$

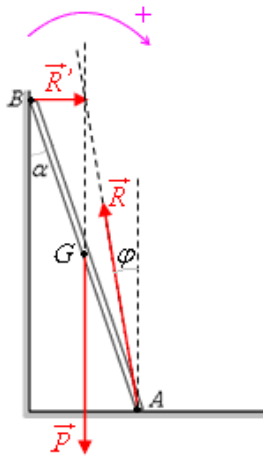
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \text{و شدتها هي:}$$

$$R = \sqrt{(F \cdot \sin \alpha)^2 + (F \cdot \cos \alpha + F'')^2}$$

ت.ع.

$$R = \sqrt{(200 \times \sin 30^\circ)^2 + (200 \times \cos 30^\circ + 2800)^2} = 2975 \text{ N}$$





1 - جرد القوى المطبقة على AB و تمثيل متجهاتها

يخضع السلم لثلاث قوى هي: وزنه  $\vec{P}$  و تأثير السطح الأفقي  $\vec{R}$  و تأثير الجدار الرأسبي  $\vec{R}'$ . خطوط تأثير القوى تتلاقى في نقطة تقاطع خط تأثير  $\vec{P}$  (العمودي المار من G) و خط تأثير  $\vec{R}'$  (الأفقي المار من B).

2 - شدة القوة المطبقة من طرف الجدار

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران (Δ)، لدينا:  $M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{R}') = 0$

$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0$  لأن خط تأثير  $\vec{R}$  يتقاطع مع محور الدوران (Δ)

$$M_{\Delta}(\vec{P}) = -P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}') = +R' \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$-P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \sin \alpha + R' \cdot AB \cdot \cos \alpha = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

$$R' = \frac{P}{2} \cdot \tan \alpha \quad \leftarrow$$

$$R' = \frac{40}{2} \times 0,15 = 3 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

3 - شدة القوة التي يطبقها السطح الأفقي و قيمة الزاوية  $\varphi$  الخط المضلعي لمتجهات القوى مثلث قائم الزاوية.

$$R = \sqrt{P^2 + R'^2} \quad \text{لدينا العلاقة:}$$

$$R = \sqrt{40^2 + 3^2} \approx 40 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

$$\tan \varphi = \frac{R'}{P} \quad \text{و لدينا العلاقة:}$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \quad \text{و باعتبار العلاقة السابقة:}$$

$$\varphi = 4,3^\circ \quad \leftarrow \quad \tan \varphi = 0,075 \quad \text{ت.ع.}$$

4 - القيمة النهائية  $\alpha_m$  للزاوية  $\alpha$  دون أن يفقد السلم توازنه

لكي يبقى السلم في حالة التوازن، يجب أن يتحقق الشرط التالي:  $\tan \varphi \leq \tan \varphi_0$

$$\frac{1}{2} \cdot \tan \alpha \leq \tan \varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\tan \alpha_m = 2 \tan \varphi_0 \quad \leftarrow$$

$$\alpha_m = 26,6^\circ \quad \leftarrow \quad \tan \alpha_m = 0,50 \quad \text{ت.ع.}$$



1 - شدة توتر الحبل

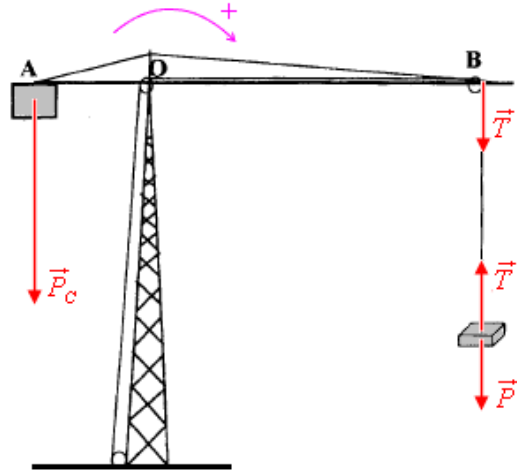
تخضع الحمولة لقوتين هما وزنها  $\vec{P}$  وتأثير الحبل  $\vec{T}$ .

تطبيق شرط التوازن:  $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \leftarrow T = M \cdot g$

ت.ع.  $T = 1\,500 \times 10 = 15\,000\text{ N}$

2 - جرد القوى المطبقة على الرافعة

بإهمال وزنها تخضع الرافعة لثلاث قوى هي تأثير الثقل الموازن  $\vec{P}$  وتأثير الحبل  $\vec{T}'$  وتأثير سطح التماس  $\vec{R}$



3 - كتلة الثقل الموازن

بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من O لدينا:  $M_A(\vec{P}_c) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}') = 0$

$M_A(\vec{R}) = 0$  لأن خط تأثير  $\vec{R}$  يتقاطع مع المحور

$M_A(\vec{P}_c) = -M_c \cdot g \cdot OA$

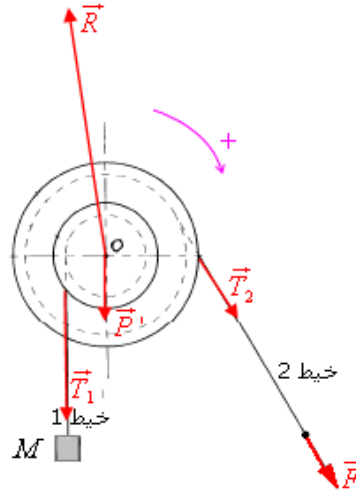
$M_A(\vec{T}') = +T' \cdot OB = +T \cdot OB$  لأن  $T = T'$  حسب مبدأ التأثيرات البينية

نعوض و نستنتج:  $-M_c \cdot g \cdot OA + T \cdot OB = 0$

$M_c = \frac{T \cdot OB}{g \cdot OA} \leftarrow$

ت.ع.  $M_c = \frac{15\,000}{10} \times \frac{10}{3} = 5\,000\text{ kg}$

1 - جرد القوى المطبقة على البكرة  
تخضع البكرة لأربع قوى هي وزنها  $\vec{P}$  وتأثير محورها  $\vec{R}$  وتأثير الحبل 1  $\vec{T}_1$ ، وتأثير الحبل 2  $\vec{T}_2$ .



2 - شدة القوة  $\vec{F}$  لكي تكون البكرة في توازن  
بتطبيق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور الدوران، لدينا:  $M_A(\vec{P}) + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{T}_1) + M_A(\vec{T}_2) = 0$

$$M_A(\vec{P}) = M_A(\vec{R}) = 0 \quad \text{لأن خطي تأثيرهما يتقاطعان مع المحور}$$

$$M_A(\vec{T}_1) = -T_1 \cdot r = -P \cdot r \quad \text{لأن } T_1 = P \quad \text{حسب شرط توازن الحمولة و مبدأ التأثيرات البينية}$$

$$M_A(\vec{T}_2) = +T_2 \cdot R = +F \cdot R \quad \text{لأن } T_2 = F \quad \text{حسب مبدأ التأثيرات البينية}$$

$$-P \cdot r + F \cdot R = 0 \quad \text{نعوض و نستنتج:}$$

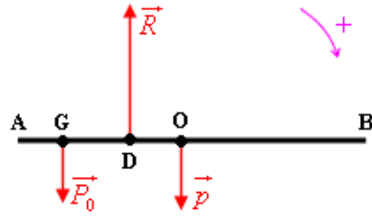
$$F = P \cdot \frac{r}{R} \quad \leftarrow$$

$$F = 500 \times \frac{5}{10} = 250 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

3 - الفائدة من هذا التركيب

$$F < P$$

يمكن هذا التركيب من رفع حمولة بمجهود أدنى.



1 - كتلة الثقل الموازن

- ندرس توازن العائق بدون حمولة:

يخضع العائق لثلاث قوى وزنه  $\vec{P}_0$ ، وزن الثقل الموازن  $\vec{p}$  و تأثير المحور  $\vec{R}$

$$M_{\Delta}(\vec{P}_0) + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0 \quad \text{تطبيق مبرهنة العزوم:}$$

$$(1) \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DO = 0 \quad \leftarrow$$

- ندرس توازن العائق مع الحمولة:

يخضع العائق لأربع قوى وزنه  $\vec{P}_0$ ، وزن الثقل الموازن  $\vec{p}$ ، تأثير المحور  $\vec{R}$  و وزن الحمولة  $\vec{P}$

$$M_{\Delta}(\vec{P}_0) + M_{\Delta}(\vec{p}) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = 0 \quad \text{تطبيق مبرهنة العزوم:}$$

$$(2) \quad -P_0 \cdot DG + p \cdot DC - P \cdot DA = 0 \quad \leftarrow$$

- بطرح (1) من (2) نستنتج:

$$p \cdot (DC - DO) - P \cdot DA = 0$$

$$p = P \cdot \frac{DA}{OC} \quad \leftarrow$$

$$m = M \cdot \frac{DA}{OC} \quad \leftarrow$$

$$m = 3 \times \frac{10}{30} = 1 \text{ kg} \quad \text{ت.ع.}$$

2 - تعبر المسافة  $x = OC$  بدلالة  $M$  كتلة الحمولة

$$x = 10 \times \frac{M}{m} \text{ (cm)} \quad \leftarrow \quad OC = \frac{M}{m} \cdot DA \quad \text{من العلاقة السابقة نستنتج:}$$

3 - المسافة  $DG$  التي تحدد موضع  $G$  مركز ثقل العائق

$$DG = \frac{m}{m_0} \cdot DO \quad \leftarrow \quad DG = \frac{p}{P_0} \cdot DO \quad \text{من العلاقة (1) نستنتج:}$$

$$DG = \frac{1}{1} \times 5 = 5 \text{ cm} \quad \text{ت.ع.}$$

4 - شدة القوة  $\vec{R}$  المقرونة بتأثير محور تعليق العائق عندما تكون كتلة الحمولة هي  $M = 5 \text{ kg}$

$$\vec{P}_0 + \vec{p} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \quad \text{عند التوازن:}$$

بما أن الأوزان قوى عمودية، فإن  $\vec{R}$  عمودية و متجهة نحو الأعلى و شدتها:  $R = P_0 + p + P$

$$R = (m_0 + m + M) \cdot g \quad \leftarrow$$

$$R = (1+1+5) \times 10 = 70 \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

حل التمرين 10

1 - عزم القوة  $(\vec{F}, A)$  في الحالات التالية:

أ - عندما يكون الذراع  $OA$  أفقياً

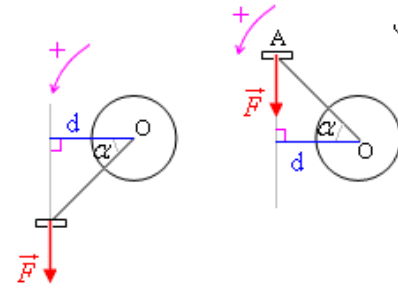
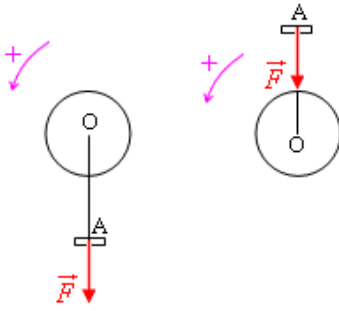
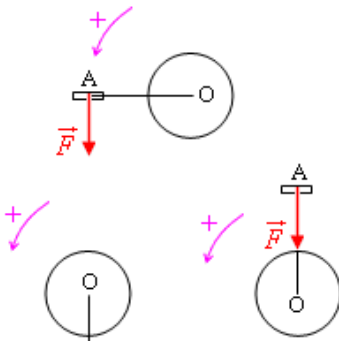
$$M_A(\vec{F}) = F \cdot d = F \cdot OA$$

$$M_A(\vec{F}) = 60 \times 0,16 = \underline{9,6 \text{ N.m}} \quad \text{ت.ع.}$$

ب - عندما يكون الذراع  $OA$  رأسياً

في هذه الحالة خط تأثير القوة  $(\vec{F}, A)$  يتقاطع مع محور الدوران ( $d = 0$ )

$$M_A(\vec{F}) = 0$$



ت - عندما يكون الذراع  $OA$  مائلاً بالزاوية  $\alpha = 30^\circ$  بالنسبة للخط الأفقي

في كلتا الحالتين الممكنتين:  $d = OA \cdot \cos \alpha$

$$M_A(\vec{F}) = F \cdot OA \cdot \cos \alpha \quad \leftarrow$$

$$M_A(\vec{F}) = 60 \times 0,16 \times \cos 30^\circ = \underline{8,3 \text{ N.m}} \quad \text{ت.ع.}$$