تصحيح تمارين توازن جسم صلب قابل الدوران حول محور ثابت

تمرين 1

1 ــ حساب عزم كل قوة بالنسبة للمحور Δ

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1.OA = 0{,}5\,N.m$$

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) = +F_2\,.r = 2\,N.m$$

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_3) = -F_3.r = -2{,}5\,N.m$$

2 ــ حساب المجموع الجبري لعزم القوى المطبقة على القرص

القوى المطبقة على القرص هي $\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$

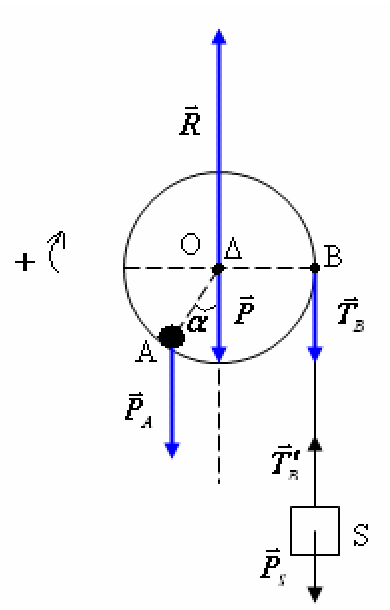
$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_3) = 0 + 0 + 0{,}5 + 2 - 2{,}5 = 0$$

$$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_i) = 0$$

3 ــ هل القرص في حالة توازن ؟

$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_i) = 0$ هذا الشرط غير كافي لاستنتاج الطبيعة الميكانيكية للقرص

تمرين 2



العلاقة بين α, m, M بما أن القرص في حالة توازن يمكن تطبيق مبرهنة العزوم .

ــ القوى المطبقة على القرص : $\vec{T}_B, \vec{P}, \vec{R}, \vec{P}_A$

ــ نطبق مبرهنة العزوم : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}_B) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}_A) = 0$ (1)

بالنسبة ل $\vec{P}$ و $\vec{R}$ فخط تأثيرهما يتقاطع مع محور الدوران Δ

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}_B) = +T_B.r$ وبما أن الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}_S, \vec{T}'_B$

فحسب شرطي التوازن $Mg = T'_B$ وحسب التأثيرات المتبادلة والخيط غير قابل الامتداد

$T'_B = T_B = Mg$ وبالتالي $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}_B) = M.g.r$

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}_A) = -mg.d$ بحيث أن $d = r\sin\alpha$ وبالتالي

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}_A) = -mg.r.\sin\alpha$$

في العلاقة (1) $Mgr - mgr\sin\alpha = 0$ أي أن $M = m\sin\alpha$

تمرين 3

1 ــ تعبير شدة القوة T بدلالة g, m, α بتطبيق مبرهنة العزوم :

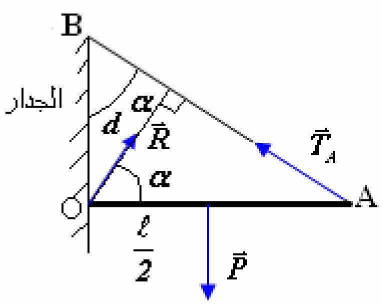
القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}_A$ بحيث $\vec{R}$ القوة المقرونة بتأثير الجدار على العارضة .

لإيجاد التعبير المطلوب في السؤال نطبق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من النقطة O وفي هذه الحالة فإن عزم القوة $\vec{R}$ بالنسبة للنقطة O منعدم

نظرا لتقاطع خط تأثير هذه القوة والنقطة O . $\mathcal{M}_{O}(\vec{R}) = 0$

حسب مبرهنة العزوم : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}_A) = 0$ (1)

باختيار منحى موجب كما هو في الشكل نحصل على :



$\mathcal{M}_{O}(\vec{P}) = +mg.\frac{\ell}{2}$ و $\mathcal{M}_{O}(\vec{T}_A) = -T.d$ بحيث أن $d = OB.\sin\alpha$

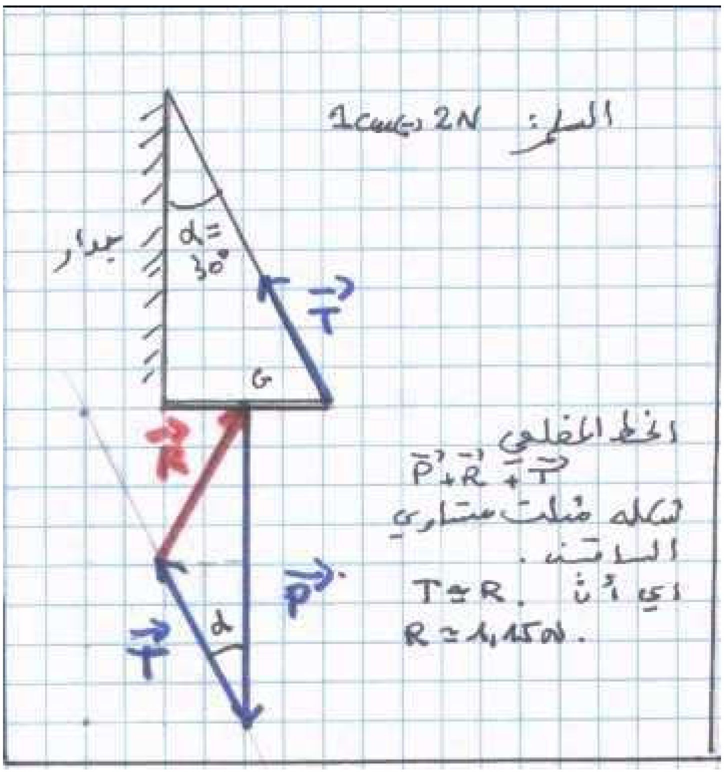
$$T.OB.\sin\alpha = mg\frac{\ell}{2}$$

$$T = \frac{mg\sqrt{3}}{6\sin\alpha}$$

نحسب α

حسب الشكل عندنا $\tan\alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ أي أن $\alpha = 30°$ أي أن $T = 1.155N$

2 ــ تحديد مميزات القوة $\vec{R}$ باستعمال الطريقة المبيانية .



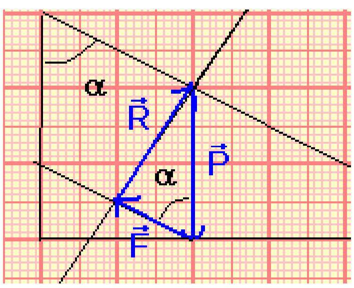
تمرين 4

I ــ دراسة توازن الجسم S

1 ــ جرد القوى المطبقة على الجسم S

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}$ بحيث أن $\vec{R}$ القوة المقرونة بتأثير الساق على الجسم S

بما أن الجسم في توازن فحسب شرطي التوازن نستنتج العلاقة المتجهية بين القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$



2 ــ الطريقة المبيانية

نمثل $\vec{P}$ بجميع مميزاتها شدتها P=m.g=2N

نستعمل السلم $1cm \Leftrightarrow 1N$

نطبق شرطي التوازن : الخط المضلعي للقوى $\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}$ مغلق و خطط تأثيرها متلاقية ومستوية

يجب الإنتباه أن التماس بين الجسم S والقضيب يتم بدون احتكاك أي أن القوة $\vec{R}$ عمودية على القضيب وبدلك يكون شكل الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية $(\vec{R} \perp \vec{T})$ حسب الشكل نستنتج أن

$$\cos\alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow F = mg\cos\alpha$$

3 ـــــ تعبير طول النابض النهائي هو :

نعلم أن $F = k\Delta\ell$ أي أن $k\Delta\ell = mg\cos\alpha$ ومنه $\Delta\ell = \dfrac{mg\cos\alpha}{k}$ وبالتالي $\ell = \dfrac{mg\cos\alpha}{k} + \ell_0$

تطبيق عددي : $\ell = 14cm$

II ــــ دراسة توازن الساق

1 ــــ جرد القوى المطبقة على الساق $\vec{T}_A, \vec{P'}, \vec{R'}, \vec{P}$

2 ــــ تطبيق مبرهنةالعزوم لنبين أن $T = g\sin\alpha\left(\dfrac{M}{2} + \dfrac{m\ell}{L}\right)$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{R'}) + \mathcal{M}(\vec{T}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P'}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$$

باختيار منحى موجب وبما أن خط تأثير القوة المقرونة بتأثير المحور على الساق يتقاطع مع المحور فإن عزمها منعدم .

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = -T.OA$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P'}) = +Mg.\dfrac{OA}{2}\sin\alpha$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = +mg\ell\sin\alpha$ ونحصل على المعادلة التالية

$$Mg.\frac{OA}{2}\sin\alpha + mg.\ell\sin\alpha - T.OA = 0$$

$$T.L = g\sin\alpha\left(\frac{M.L}{2} + m\ell\right)$$

وبالتالي نستنتج التعبير المطلوب : $T = g\sin\alpha\left(\dfrac{M}{2} + \dfrac{m\ell}{L}\right)$