EXERCICES : EQUILIBRE D'UN CORPS SOUMIS A L'ACTION DE TROIS FORCES (I)

EXERCICE 1: Suspension d'un solide

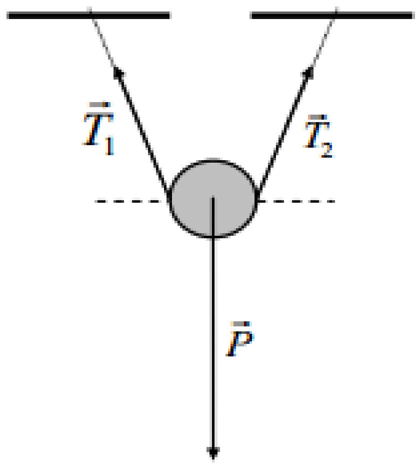
Déterminer, à l'équilibre, la tension des deux câbles retenant en suspension un solide (S) de masse

m= 80 kg sachant que leur longueur est la même et qu'ils sont incliné d'un angle α = 20° sur l'horizontale . On donne g = 10 N.kg-1.

SOLUTION 1:

Propositions de solutions

- système: la suspension
- forces extérieures reçues
  - le poids $\vec{P}$ (P = mg = 800 N)
  - $\vec{T}_1$ tension exercée par le câble (AB)
  - $\vec{T}_2$ tension exercée par le câble (BC)



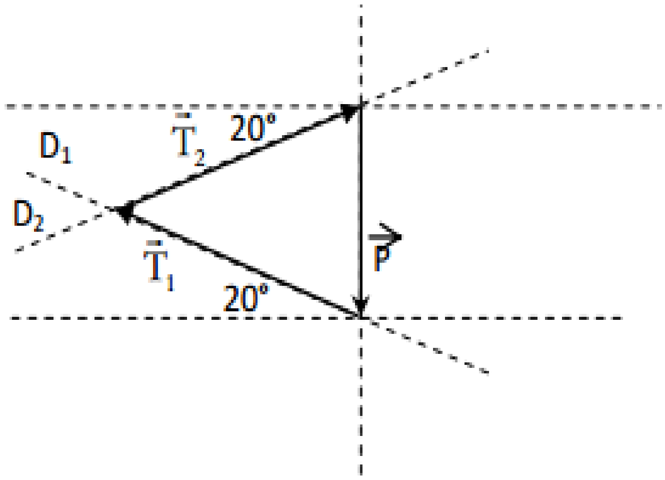
- condition d'équilibre:
  - les trois forces sont concourantes et coplanaires
  - $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

Méthode graphique

☞ Choisissons une échelle de représentation: 1 cm ⇔ 400 N.

☞ Après la représentation du vecteur $\vec{P}$ (2 cm) à l'échelle, on trace les lignes d'action D_1 et D_2 respectives de $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$.

☞ $\vec{T}_2+\vec{T}_1+\vec{P}=\vec{0}$, le polygone des forces est fermé d'où l'extrémité de $\vec{T}_2$ coïncide avec l'origine de $\vec{P}$

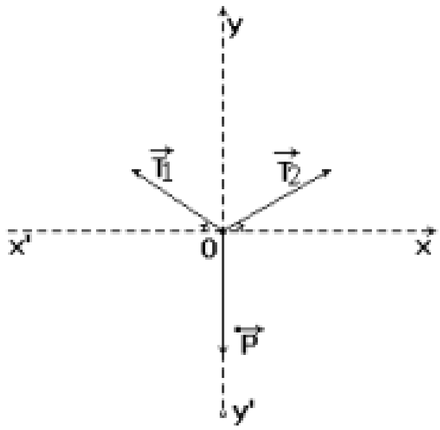


☞ La mesure directe de la longueur des vecteurs $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ donne 2,9 cm chacun soit une intensité égale à $\dfrac{2{,}9\,\text{cm}\times 400\,\text{N}}{1\,\text{cm}}=1160\ \text{N}$. On trouve donc $\boxed{T_1=T_2=1160\ \text{N}}$

Méthode algébrique

Choisissons un repère d'axe et projetons la relation vectorielle $\vec{P}+\vec{T}_1+\vec{T}_2=\vec{0}$. Dans cette résolution il n'est pas nécessaire de représenter à l'échelle les vecteurs.

$$\vec{P}\begin{vmatrix}0\\-P\end{vmatrix}+\vec{T}_1\begin{vmatrix}-T_1\cos\alpha\\T_1\sin\alpha\end{vmatrix}+\vec{T}_2\begin{vmatrix}T_2\cos\alpha\\T_2\sin\alpha\end{vmatrix}=\vec{0}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$$



$$\begin{cases}0-T_1\cos\alpha+T_2\cos\alpha=0 & (a)\\-P+T_1\sin\alpha+T_2\sin\alpha=0 & (b)\end{cases}$$

En simplifiant $\cos\alpha$ dans l'expression (a) $\Rightarrow T_1=T_2$

L'équation (b) devient : $-P+2T_1\sin\alpha=0$ soit $T_1=\dfrac{P}{2\sin\alpha}$

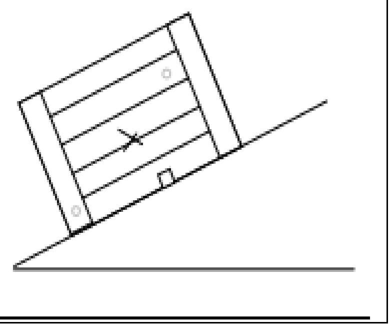
$$\left.\begin{array}{l}P=800\ \text{N}\\\alpha=20°\end{array}\right\}\Rightarrow T_1=T_2=1169{,}5\ \text{N}$$

Remarque: la détermination graphique n'est pas une méthode précise. On fera appel souvent à la méthode algébrique qui reste précise.

EXERCICE 2 :

Une male de masse m = 1,5 kg repose sur un plan très rugueux. Il existe donc d'importants frottements entre la male et le plan. Le plan est incliné d'un angle α= 30°. Le solide reste immobile.

1) Analyser les forces agissant sur le solide.
2) Déterminer et représenter la réaction du plan sur le solide à l'équilibre.
3) En déduire la valeur des frottements exercés sur le solide.



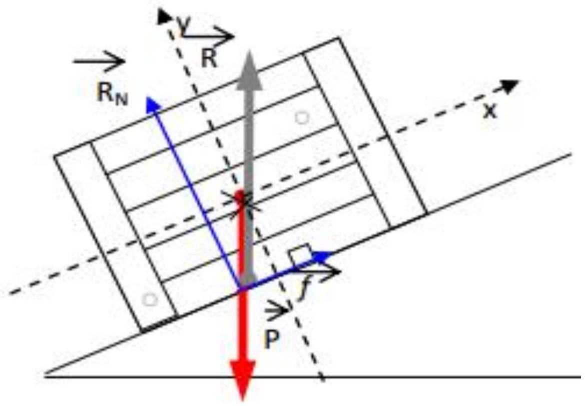
SOLUTION 2 :

Proposition de solution:

1) analyse des forces

- système: male
- bilan des forces: le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ du support

2) détermination de R



La male soumise à deux forces est en équilibre: $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0} \Rightarrow \vec{R}=-\vec{P}$ d'où:

$$\boxed{R = P = 1,5 \times 9,8 = 14,7\ N}$$

$\vec{R}$ et $\vec{P}$ ont la même direction, la même intensité et sont de sens contraires.

3) valeur de *f.*

Le vecteur $\vec{R}$ peut être décomposé suivant la relation: $\vec{R}=\vec{R}_N+\vec{f}$. $\vec{R}_N$ est la composante normale de la réaction et $\vec{f}$ est sa composante tangentielle appelée aussi *force de frottement*.

La relation $\vec{R}+\vec{P}=\vec{0}$ devient $\vec{R}_N+\vec{f}+\vec{P}=\vec{0}$.

Soit le repère (O, x, y), projetons la relation vectorielle.

$$\vec{R}_N\begin{vmatrix}0\\R_N\end{vmatrix}+\vec{f}\begin{vmatrix}f\\0\end{vmatrix}+\vec{P}\begin{vmatrix}-P\sin\alpha\\-P\cos\alpha\end{vmatrix}=\vec{0}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{cases}0+f-P\sin\alpha=0\Rightarrow f=P\sin\alpha\\R_N+0-P\cos\alpha=0\Rightarrow R_N=P\cos\alpha\end{cases}$$

$$\boxed{f = P\sin\alpha = 14,7.\sin(30°)=7,35\ N}$$

On peut vérifier que $R=\sqrt{R_N^2+f^2}=14,7$ N.