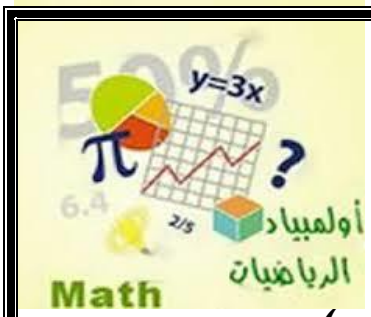
Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع



نيابة وجدة **الجدع مشترك علمي**

مدة الانجاز : ساعتان ونصف

ثانوية عبد الله العروي التأهيلية

السنة الدراسية : 2017-2016

تصحيح مباراة ألأولمبياد في الرياضيات(المرحلة الأولى)

تمرين1(3ن)

نضع : $A=\sqrt{57-40\sqrt{2}}-\sqrt{57+40\sqrt{2}}$

بين أن $A\in\mathbb{Z}$

الجواب :

نلاحظ أن : $57-40\sqrt{2}<57+40\sqrt{2}$ اذن : $\sqrt{57-40\sqrt{2}}<\sqrt{57+40\sqrt{2}}$

ومنه : $A<0$

نحسب A^2 : $A^2=\left(\sqrt{57-40\sqrt{2}}-\sqrt{57+40\sqrt{2}}\right)^2$

$$A^2=\left(\sqrt{57-40\sqrt{2}}\right)^2-2\sqrt{57-40\sqrt{2}}\sqrt{57+40\sqrt{2}}+\left(\sqrt{57+40\sqrt{2}}\right)^2$$

$$A^2=57-40\sqrt{2}-2\sqrt{\left(57-40\sqrt{2}\right)\left(57+40\sqrt{2}\right)}+57+40\sqrt{2}$$

اذن : $A^2=114-2\sqrt{57^2-\left(40\sqrt{2}\right)^2}$ أي : $A^2=114-2\sqrt{3249-3200}$

أي : $A^2=114-2\sqrt{49}$ يعني $A^2=100$ أو $A=\sqrt{100}$ أو $A=-\sqrt{100}$

ونعلم أن $A<0$ اذن : $A=-\sqrt{100}=-10$

تمرين2(2ن)

أحسب: $G=\left(2015200052004\right)^2-\left(2015200052002\times2015200052006\right)$

الجواب :نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحداتها لتبسيط الحساب

نضع:x=2015200052004

إذن:x+2=2015200052006 و x-2=2015200052002

و منه: $G=x^2-\left(x-2\right)\left(x+2\right)$

$G=x^2-\left(x^2-2^2\right)$ يعني $G=x^2-x^2+4=4$

تمرين3(4ن): a و b عددين حقيقيين موجبين

بين أن $\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\geq4ab$:

الجواب :

$a\in\mathbb{R}$ نقارن : $2a$ و a^2+1

$$\left(a^2+1\right)-2a=a^2-2a+1=\left(a-1\right)^2\geq0$$

ومنه $a^2+1\geq2a$ مهما يكن : $a\in\mathbb{R}$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

نيابة وجدة **الجدع مشترك علمي**

مدة الانجاز : ساعتان ونصف

ثانوية عبد الله العروي التأهيلية

بنفس الطريقة نقارن : b^2+1 و $2b$

فنجد: $b^2+1\geq 2b$

اذن وجدنا : $\begin{cases}a^2+1\geq 2a\\ b^2+1\geq 2b\end{cases}$

وبضرب المتفاوتتين طرف لطرف نجد :

$(a^2+1)\times(b^2+1)\geq 2a\times 2b$ أي : $(a^2+1)(b^2+1)\geq 4ab$

تمرين4(4ن)

عمل : $A=x^4-6x^2+8$ و $B=x^4+1$

الجواب : $A=x^4-6x^2+8=(x^2)^2-2\times 3\times x^2+3^2-1=(x^2-3)^2-1$

$$A=(x^2-3)^2-1^2=(x^2-3-1)(x^2-3+1)=(x^2-4)(x^2-2)$$

$$A=(x^2-2^2)(x^2-2)=(x-2)(x+2)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$$

$$B=x^4+1=x^4-2x^2+2x^2+1=x^4+2x^2+1-2x^2$$

$$B=(x^2)^2+2x^2\times 1+1^2-2x^2=(x^2+1)^2-2x^2$$

$$B=(x^2+1)^2-(\sqrt{2}x)^2=(x^2+1-\sqrt{2}x)(x^2+1+\sqrt{2}x)$$

$$B=(x^2-\sqrt{2}x+1)(x^2+\sqrt{2}x+1)$$

تمرين5(3ن)

أحسب : $A=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+.....+\frac{1}{\sqrt{2015}+\sqrt{2016}}+\frac{1}{\sqrt{2016}+\sqrt{2017}}$

الجواب : $\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=\frac{1-\sqrt{2}}{1^2-\sqrt{2}^2}=\frac{1-\sqrt{2}}{1-2}=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$

قمنا بالضرب في المرافق

نقوم بنفس العملية بالنسبة ل : $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{1(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}^2-\sqrt{3}^2}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}=-(\sqrt{2}-\sqrt{3})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

نقوم بنفس العملية بالنسبة ل : $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ ونجد $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$

وهكذا نقوم بنفس العملية بالنسبة للباقي الى أن نصل الى :

$$\frac{1}{\sqrt{2015}+\sqrt{2016}}=\sqrt{2016}-\sqrt{2015}$$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

ثانوية عبد الله العروي التأهيلية

ونجد أيضا : $\frac{1}{\sqrt{2016}+\sqrt{2017}}=\sqrt{2017}-\sqrt{2016}$

ونعوض في : A

فنحصل على :

$$A=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+.....+\sqrt{2016}-\sqrt{2015}+\sqrt{2017}-\sqrt{2016}$$

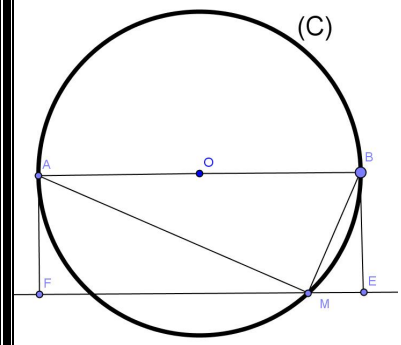
نلاحظ أن هناك أعداد متقابلة

$$A=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+.....+\sqrt{2016}-\sqrt{2015}+\sqrt{2017}-\sqrt{2016}$$

وبعد التبسيط نجد :

$$A=\sqrt{2017}-1$$

تمرين6(4ن) أنظر الشكل جانبه



علما أن (C) دائرة قطرها $AB=8cm$ و النقطة M تنتمي للدائرة بحيث $BM=4cm$

أحسب مساحة المستطيل $ABEF$

الجواب :

$M\in(C)$ وقطر الدائرة هو $[AB]$ اذن : المثلث ABM قائم الزاوية في M

ومنه حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فان : $AM^2=AB^2-MB^2$ أي : $AM^2=64-16$

أي : $AM^2=48$ أي : $AM=\sqrt{48}=4\sqrt{3}cm$

ولدينا : $(AB)\parallel(EF)$ لأن : $ABEF$ مستطيل ولدينا (BM) قاطع لهما

اذن: $\widehat{ABM}=\widehat{BME}$ (زاويتان متبادلتان داخليا)

ولدينا $\widehat{AMB}=\widehat{BEM}=90^\circ$ لأن : المثلث قائم الزاوية في M و $ABEF$ مستطيل

اذن المثلثان : BMA و MEB متشابهان ومنه : $\frac{BM}{ME}=\frac{BA}{MB}=\frac{MA}{EB}$ (الأضلاع المتناظرة متناسبة)

اذن: $\frac{8}{4}=\frac{4\sqrt{3}}{EB}$ يعني : $8EB=16\sqrt{3}$ يعني : $EB=2\sqrt{3}$

ومنه مساحة المستطيل $ABEF$ هي : $AB\times BE=8\times2\sqrt{3}=16\sqrt{3}cm^2$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entrainant régulierement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

le : 17/12/2016