ثا. محمد بن الحسن الوزاني- الخميسات
ذ رشيد محصر

تصحيح الفرض المحروس 1
الدورة 2

الموسم الدراسي 2013/2012
القسم: ج م ع 7/6

التمرين الأول:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين:

$\left(x^2+4x+4\right)\left(x^2+2x+2\right)\leq 0$ ؛ $-x^2-3x+4\prec 0$

حلول:

1) المتراجحة : $\left(x^2+4x+4\right)\left(x^2+2x+2\right)\leq 0$

- إشارة ثلاثية الحدود: x^2+2x+2

مميز الحدودية هو: $\Delta=b^2-4ac=-4<0$ إذن إشارتها هي إشارة a

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2+2x+2	+	

- إشارة ثلاثية الحدود: x^2+4x+4

مميز الحدودية: $\Delta=b^2-4ac=0$ إذن لها جدر وحيد $x_0=\frac{-b}{2a}=-2$ إشارتها هي إشارة a لكل $x\neq -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
x^2+4x+4		+	0	+	

ومنه نستنتج إشارة الجداء: $\left(x^2+4x+4\right)\left(x^2+2x+2\right)$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
x^2+4x+4		+	0	+	
x^2+2x+2		+		+	
$\left(x^2+4x+4\right)\left(x^2+2x+2\right)$		+	0	+	

وبالتالي: $S=\{-2\}$

2) المتراجحة: $-x^2-3x+4\prec 0$

مميز الحدودية $-x^2-3x+4$ هو: $\Delta=b^2-4ac=25$ إذن لها جدران مختلفان هما:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=-4 \text{ و } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=1$$

إذن جدول إشارتها على الشكل التالي:

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$-x^2-3x+4$		- إشارة a	0	+ إشارة $-a$	0	- إشارة a	

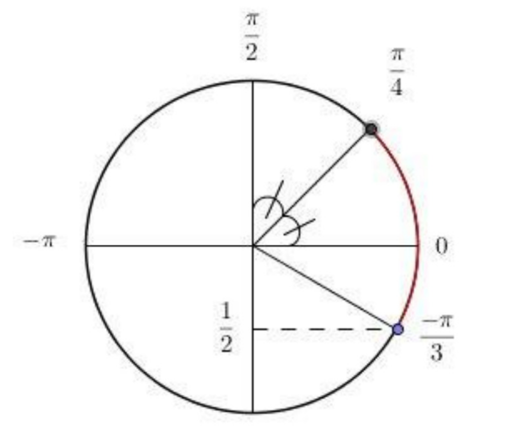
وبالتالي: $S=]-\infty;-4[\cup]1;+\infty[$

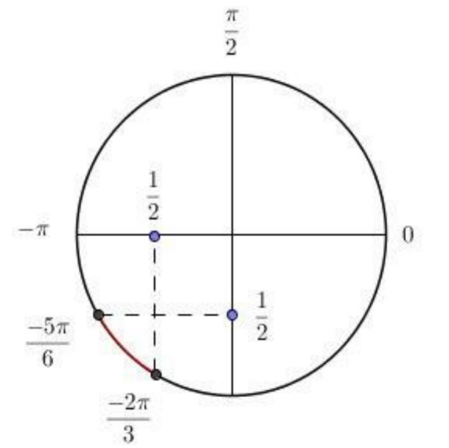
التمرين الثاني: (3 نقط)

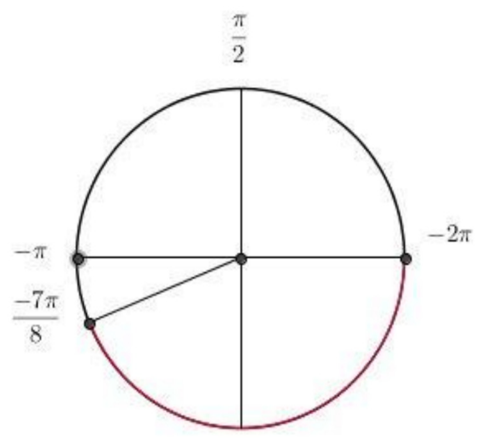
مثل القوس التي تنتمي إليها النقط ذات الأفاصيل المنحنية من المجال I في كل حالة :

$I=\left[-2\pi;\frac{-7\pi}{8}\right]$ ؛ $I=\left[\frac{-5\pi}{6};\frac{-2\pi}{3}\right]$ ؛ $I=\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right]$

حلول:







التمرين الثالث: (2.5 نقط)

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A بحيث: $\left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \frac{\pi}{5}[2\pi]$.

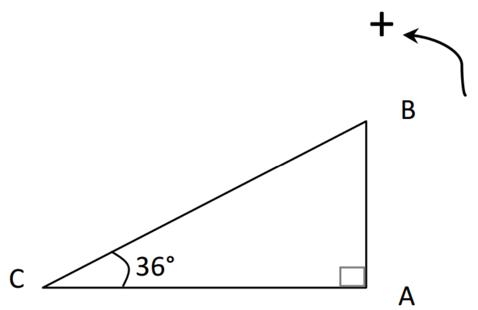
1) أنشئ المثلث ABC.

2) بين أن: $\left(\overline{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$

3) احسب القياس الرئيسي للزاوية الموجهة: $\left(\overline{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}\right)$

حلول:

(1



2) لدينا:

$$\left(\overline{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CA}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$$

حسب علاقة شال للزوايا الموجهة

$$\equiv \left(\overline{-\overrightarrow{BA},-\overrightarrow{CA}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$$

$$\equiv \left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$$

3) حسب السؤال السابق:

$$\left(\overline{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$$

$$\equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}[2\pi]$$

$$\equiv \frac{7\pi}{10}[2\pi]$$

إذن القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}\right)$ هو $\frac{7\pi}{10}$ لأن $\frac{7\pi}{10} \in]-\pi;\pi]$

التمرين الرابع: (3 نقط)

1) احسب: $\cos\frac{-3\pi}{4}$ ؛ $\sin\frac{-5\pi}{6}$ ؛ $\tan\frac{37\pi}{4}$

2) احسب: $\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{13\pi}{4}+\sin\frac{8\pi}{3}$

حلول:

1)

$$\tan\frac{37\pi}{4}=\tan(9\pi+\frac{\pi}{4})=\tan\frac{\pi}{4}=1$$

$$\sin\frac{-5\pi}{6}=-\sin\frac{5\pi}{6}=-\sin(\pi-\frac{\pi}{6})=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$$

$$\cos\frac{-3\pi}{4}=\cos\frac{3\pi}{4}=\cos(\pi-\frac{\pi}{4})=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2)

$$\begin{aligned}\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{13\pi}{4}+\sin\frac{8\pi}{3}&=\sin(\pi-\frac{\pi}{3})+\sin(\pi+\frac{\pi}{3})+\sin(3\pi+\frac{\pi}{4})+\sin(2\pi+\frac{2\pi}{3})\\&=\sin(\frac{\pi}{3})-\sin(\frac{\pi}{3})+\sin(\pi+\frac{\pi}{4})+\sin(\frac{2\pi}{3})\\&=-\sin(\frac{\pi}{4})+\sin(\pi-\frac{\pi}{3})\\&=-\sin(\frac{\pi}{4})+\sin(\frac{\pi}{3})\\&=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

التمرين الخامس: (2.5 نقط)

α عدد حقيقي بحيث: $\tan\alpha=0.2$

1) اكتب: $\sin^2\alpha$ بدلالة : $\tan\alpha$ — 1 ن

2) استنتج قيمة: $\sin\alpha$ ثم بالمحسبة أعط قيمة مقربة للعدد α بالدرجة — 1.5 ن

حلول:

1) لدينا: لكل: $\alpha\in D_{\tan}$

$$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\frac{1}{1+\tan^2\alpha}=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

ملاحظة: مجموعة تعريف دالة الظل

$$D_{\tan}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}=\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$$

2) لدينا:

$$\sin^2\alpha = \frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \frac{0.2^2}{1+0.2^2} = \frac{0.04}{1.04} = \frac{1}{26}$$

وبالتالي:

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$$ أو $$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

وبالمحسبة نجد:

$$\alpha \simeq 11.31°$$ أو $$\alpha \simeq 11.31° + 180° = 191.31°$$

ملاحظة هامة:

لا يمكن تحديد إشارة $\sin\alpha$ من خلال إشارة $\tan\alpha$ وبالتالي هناك قيمتان متقابلتان

التمرين السادس: **(7 نقط)**

الجدول التالي يعطينا أوزان تلاميذ أحد أقسام الجدع المشترك العلمي (بالكيلوغرام)

الصنف I_i	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$	$[60;65[$	$[65;70[$
الحصيص n_i	10	10	15	3	2

1) أنشئ مدراجا للمتسلسلة ومضلع باستعمال الحصيصات في نفس المبيان 2 ن

2) احسب: المعدل الحسابي $\overline{x}$ والانحراف الطرازي σ. 2 ن

3) أنشئ مضلعا الحصيصات المتراكمة ثم حدد القيمة الوسطية M 3 ن

حلول:

1) مدراج ومضلع الحصيصات للمتسلسلة.

2) المعدل الحسابي للمتسلسلة:

مركز الصنف c_i	47.5	52.5	57.5	62.5	67.5
الحصيص n_i	10	10	15	3	2

$$\begin{aligned}\overline{x} &= \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i c_i}{N} \\ &= \frac{475+525+862.5+187.5+135}{40} \\ &= \frac{2185}{40} \\ &= 54.625\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

المغايرة:

$$\begin{aligned}\vartheta &= \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i (c_i)^2}{N} - \overline{x}^2 \\ &= \frac{10\times 47.5^2 + 10\times 52.5^2 + 15\times 57.5^2 + 3\times 62.5^2 + 2\times 67.5^2}{40} \\ &= \frac{2256.25+2756.25+3306.25+3906.25+4556.25}{40} - 54.625^2 \\ &= 3013.75-2983.89063 \\ &= 29.859375\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

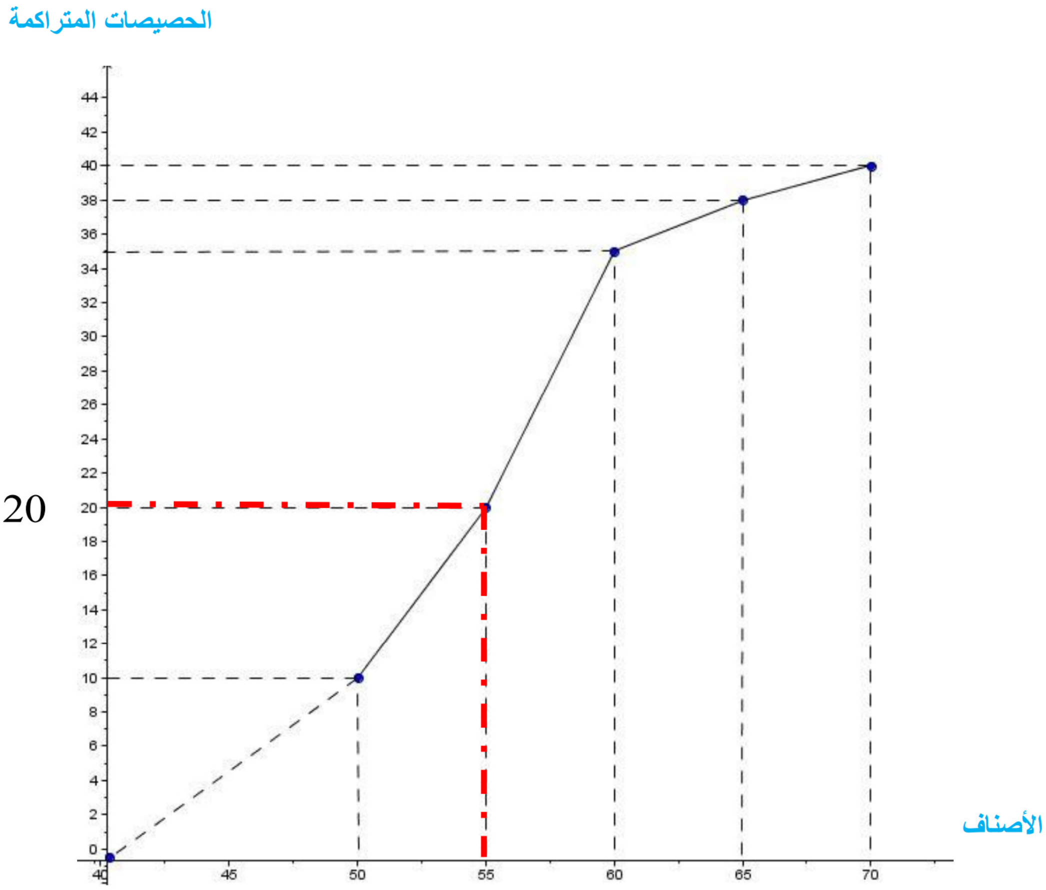
$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\vartheta} \\ &= \sqrt{29.859375} \\ &= 5.46437325 \\ &\simeq 5.46\end{aligned}$$

3) جدول الحصيصات المتراكمة:

الصنف I_i	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$	$[60;65[$	$[65;70[$
الحصيص n_i	10	10	15	3	2
الحصيص المتراكم N_i	10	20	35	38	40

مضلع الحصيصات المتراكمة:

$\frac{N}{2} = 20$



القيمة الوسطية هي $M = 55$ لأن $\frac{N}{2}$ هي أرتوب معلوم على المضلع