

## مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات

المؤسسة: الثانوية التأهيلية الداخلة  
المستوى: الجذع المشترك العلمي  
الأستاذ: عمر زكري

### التدبير الزمني

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات 7س

### توجيهات تربوية

- يتم إدراج الرموز:  $\epsilon$ ،  $\in$ ،  $\subset$ ،  $\varnothing$ ،  $\cup$ .

- يهدف تناول "مبادئ في الحسابيات" إلى استئناس التلاميذ ببعض أنماط البرهنة من خلال استعمال الأعداد الزوجية والأعداد الأولية دون إفراط.

### المكتسبات القبلية

- العمليات و الاقواس , الاسبقية في العمليات .
- النشر والتعميل والتبسيط
- القوى في مجموعة الاعداد الحقيقية .

### الكفايات

- توظف الزوجية وتفكيك عدد إلى جداء عوامل أولية في حل بعض المسائل البسيطة حول الأعداد الصحيحة الطبيعية.

### الامتدادات

- مسائل هندسية و عددية
- الحسابيات في  $\mathbb{Z}$

## الأهداف

-- تقديم المجموعة  $\mathbb{N}$

-- تقديم الأعداد الزوجية والأعداد الفردية

## الأنشطة

**نشاط 1 :**

من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعدادا صحيحة طبيعية

$$"5" \quad "2\sqrt{2}" \quad "2\sqrt{2}^2" \quad "5-2" \quad "2,4" \quad "2,4"-1"$$

$$\sqrt{2,2+13,8}$$

**نشاط 2 :**

- أعط الأعداد الزوجية المحصورة بين 41 و 61

- لنرمز لمجموعة الأعداد الزوجية ب  $P$  و مجموعة الأعداد الفردية ب  $I$  أتمم باستعمال أحد الرمز  $\in$  أو  $\notin$ :

$$P \times 5 - 0 \dots P - 0 \dots I - 0 \dots$$

$$I \times 17 - 4 \dots P - 2\sqrt{5} \dots I - 3\sqrt{7} \dots$$

## محتوى الدرس

-- نشاط 1

### I مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

#### 1- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

**تعريف**

الأعداد 0,1,2,3,4,5,6,7... تسمى أعدادا صحيحة طبيعية و تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية نرسم لها ب  $\mathbb{N}$  ونكتب  $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,\dots\}$

**مصطلحات و ترميز**

- العدد 0 يسمى العدد الصحيح الطبيعي المنعدم  
- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير المنعدمة نرسم لها بالرمز  $\mathbb{N}^*$  ونكتب  $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,4,\dots\}$

- الرمز  $\in$  يسمى ينتمي و الرمز  $\notin$  يسمى لا ينتمي

-- تمرين 1

-- نشاط 2

### 2- الأعداد الزوجية – الأعداد الفردية

**تعريف**

- نقول إن العدد الصحيح الطبيعي  $a$  عدد زوجي إذا وفقط إذا كان يوجد عدد صحيح طبيعي  $k$  بحيث  $a=2k$

- نقول إن العدد الصحيح الطبيعي  $a$  عدد فردي إذا وفقط إذا كان يوجد عدد صحيح طبيعي  $k$  بحيث  $a=2k+1$

**أمثلة**

- الأعداد 0 2 4 6 8 أعداد زوجية.

- الأعداد 1 3 5 7 9 أعداد فردية.

## تقويم وملاحظات

**تمرين 1 :**

أتمم باستعمال أحد الرمز  $\in$  أو  $\notin$

$$\mathbb{N} \dots \frac{12}{6} - \mathbb{N} \dots -2 - \mathbb{N} \dots -3 - \mathbb{N}^* \dots 0$$

$$\mathbb{N} \dots \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \mathbb{N} \dots \sqrt{2}$$

## الأهداف

-- تقديم مضاعفات عدد  
و المضاعف المشترك  
الأصغر

## الأنشطة

### نشاط 3 :

1- ضع الرمز x في المكان المناسب

2210	211	999	121	33	75	50	24	مضاعف 2
								مضاعف 3
								مضاعف 5
								مضاعف 11

2- استخراج من بين أعداد السطر الأول المضاعفات المشتركة للعددين 2 و 3 ثم 3 و 1

### نشاط 4 :

1- حدد المضاعفات العشرة الأولى للعدد 6 ثم للعدد 9

2- استنتج المضاعفات المشتركة من بين هذه المضاعفات

3- ماذا تلاحظ (اصغر مضاعف

مشترك غير منعدم للعددين 6 و 9 هو 18 المضاعفات المشتركة

للعددين 6 و 9 هي مضاعفات العدد 18).

### نشاط 5 :

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا

1- تأكد أن  $n^2 - 1$  مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية  $n = 1$  -  $n = 3$

$n = 5$  -  $n = 7$

2- بين أن  $n^2 - 1$  مضاعف للعدد 8 كيفما كان n عددا فرديا.

## محتوى الدرس

### ملاحظات

- كل عدد صحيح طبيعي هو إما عدد زوجي أو عدد فردي

- مجموع عددين زوجيين هو عدد زوجي

- مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي

- مجموع عدد زوجي و عدد فردي هو عدد فردي

### -- تمرين 2

### -- نشاط 4

### (II) مضاعفات عدد - قواسم عدد

#### 1- مضاعفات عدد

أ- تعريف: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين

حيث b غير منعدم.

نقول إن العدد a مضاعف للعدد b إذا وفقط إذا

وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث  $a = bk$

#### أمثلة

- الأعداد 0 5 10 15 20 25 35 هي مضاعفات للعدد 5

- 22 ليس من مضاعفات العدد 4.

#### ملحوظة - ليكن $b \in \mathbb{N}^*$

مضاعفات العدد b هي الأعداد kb بحيث  $k \in \mathbb{N}$

$k \times 0 = 0$

#### ب- خاصية

- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم ما لانهاية

من المضاعفات

- للعدد 0 مضاعف وحيد هو 0

#### ج- المضاعف المشترك الأصغر

تعريف: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين

غير منعدمين. المضاعف المشترك الأصغر

للعددين a و b هو أصغر مضاعف مشترك غير

منعدم للعددين a و b نرمز له بالرمز  $PPCM(a;b)$

## تقويم وملاحظات

### تمرين 2 :

1- ليكن n عددا صحيحا طبيعيا

أدرس زوجية كل من  $n(n+1)$  و  $n + (n+1) + (n+2)$  و  $4n^2 + 4n + 1$

2 - ليكن n و m عددين صحيحين

طبيعيين حيث  $m > n$

بين أن  $m+n$  و  $m-n$  لهما نفس الزوجية.

## الأهداف

-- تقديم قواسم عدد و القاسم المشترك الأكبر لعددين

-- التعرف على الأعداد الأولية

## الأنشطة

### نشاط 6:

حدد قواسم 90 ثم قواسم 126 ثم استنتج أكبر قاسم مشترك للعددين 90 و 126

### نشاط 7:

حدد قواسم الأعداد التالية :  
4 - 40 - 35 - 11 - 4 - 6 - 5 - 7  
23 - 25 - 2 .

( ماذا نلاحظ بالنسبة للأعداد 2 -  
11 - 5 - 7 - 23 )  
نلاحظ له قاسمان بالضبط هما 1 و نفسه.

## محتوى الدرس

**أمثلة :**  $PPCM(4;9) = 36$  و  $PPCM(6;10) = 30$   
**نشاط 6**

### 2- قواسم عدد

**أ- تعريف** ليكن  $a$  و  $b$  عددين صحيحين طبيعيين نقول إن العدد  $b$  قاسم للعدد  $a$  إذا وفقط إذا وجد عدد صحيح طبيعي  $k$  بحيث  $a=bk$

**ملحوظة** العدد  $b$  قاسم للعدد  $a$  إذا وفقط إذا كان العدد  $a$  مضاعف للعدد  $b$ .  
نقول أيضا أن العدد  $a$  قابل للقسمة على  $b$ .  
- كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم مخالف ل 1 له على الأقل قاسمان 1 و نفسه.  
- للعدد 1 قاسم وحيد هو نفسه.  
- جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير المنعدمة هي قواسم للعدد 0.

### ب- القاسم المشترك الأكبر لعددين

**تعريف :** ليكن  $a$  و  $b$  عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين.

القاسم المشترك الأكبر للعددين  $a$  و  $b$  هو أكبر قاسم مشترك لهما نرمز له بالرمز  $PGCD(a;b)$

-- **أمثلة :**  $PGCD(126;90) = 18$  و  $PGCD(4;9) = 1$   
**نشاط 7:**

## (III) الأعداد الأولية

**1- تعريف :** نسمي عددا أوليا كل عدد صحيح طبيعي له قاسمان بالضبط هما 1 و نفسه.

-- **أمثلة** (حدد الأعداد الأولية الأصغر من 40)  
الأعداد الأولية الأصغر من 40 هي 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37

## تقويم وملاحظات

## الأهداف

-- التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي

-- العلاقة بين التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي و المضاعف المشترك الأصغر و القاسم المشترك الأكبر لعددتين

## الأنشطة

## محتوى الدرس

### 2 – التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي

أ- مبرهنة :

كل عدد صحيح طبيعي  $n$  ( $n \geq 2$ ) هو عدد أولي أو جداء عوامل أولية.

-- أمثلة - 41 عدد أولي

- 72 عدد غير أولي إذن  $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$

ب – تعريف :

ليكن  $a$  عددا صحيحا طبيعيا غير أولي

كتابة  $a$  على شكل جداء عوامله الأولية تسمى

"**التفكيك إلى جداء عوامل أولية**" للعدد  $a$ .

-- أمثلة فكك الأعداد 24 – 319 – 1344 إلى

جداء عوامل أولية:  $1344 = 4 \times 4 \times 4 \times 21 = 2^6 \times 3 \times 7$

ج - تقنية للتفكيك (نقلها)

لتفكيك عدد صحيح طبيعي غير منعدم  $a$  نأخذ

اصغر عدد أولي يقسم  $a$  و ننجز القسمة فنحصل

على عدد  $b$  خارج القسمة فنأخذ اصغر عدد أولي

يقسم  $b$  فنحصل على خارج القسمة... و نتابع

على هذا المنوال حتى نحصل على خارج يساوي

1. العدد  $a$  سيكون هو جداء جميع الأعداد الأولية

التي قسمنا بها.

-- مثال: 1344

3 – خاصيات :

أ – خاصية 1 : المضاعف المشترك الأصغر لعددتين

هو جداء العوامل الأولية المشتركة و الغير

المشتركة بين تفكيكي هذين العددين إلى جداء

عوامل أولية .المرفوعة إلى أكبر أس.

ب – خاصية 2 : القاسم المشترك الأكبر لعددتين

هو جداء العوامل الأولية المشتركة بين تفكيكي

هذين العددين إلى جداء عوامل أولية .المرفوعة

إلى أصغر أس.

## تقويم وملاحظات

## الأهداف

-- إضافات بعض  
الطرق المستعملة

## الأنشطة

## محتوى الدرس

## ملاحظات

$$PGCD(a;a)=1 \quad PGCD(a;1)=1$$

$$PPCM(a;a)=a \quad PPCM(a;1)=a$$

## تمرين 3

إضافات

**طريقة لتحديد المضاعف المشترك الأصغر للعددين**  
a و b حيث  $a \geq b$

أحدد مضاعفات a ثم أتأكد بالتتابع ابتداء من أصغر مضاعف غير منعدم للعدد a هل هو مضاعف للعدد b فإذا كان الجواب لا ، أتابع البحث إن كان نعم ، أتوقف و العدد الذي حصلت فيه على هذا الجواب هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b .

**طريقة لتحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين** a و b حيث  $a \geq b$

أحدد قواسم العدد b ثم أتأكد بالتتابع تناقصيا ابتداء من أكبر قاسم للعدد b هل هو قاسم للعدد a فإذا كان الجواب لا ، أتابع البحث إن كان نعم ، أتوقف و العدد الذي حصلت فيه على هذا الجواب هو القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

**طريقة لتحديد** ما إذا أن العدد a أوليا أم لا.  
نحدد أولا جميع الأعداد الأولية p بحيث  $p^2 \leq a$

-- إذا كان a يقبل القسمة على أحد هذه الأعداد فان a غير أولي.

-- إذا كان a لا يقبل القسمة على أي عدد من هذه الأعداد فان a أولي.

## تقديم سلسلة التمارين

## تقويم وملاحظات

## تمرين 3:

$$\text{حدد } PGCD(84;216)$$

$$PGCD(35;121) \quad PPCM(84;216)$$

$$PPCM(35;121)$$