المادة : الرياضيات **المكون : أنشطة الجبر**

المستوى: الجذع المشترك علمي **الدورة : الأولى**

المدة الزمنية المخصصة: 5 ساعات

عنوان الدرس: المجموعات

المكتسبات القبلية

- الأعداد الحقيقية و العمليات عليها.
- الحساب الحرفي.
- خاصيات الترتيب على الأعداد الحقيقية.
- المتطابقات الهامة.
- الكتابة العلمية.
- خاصيات القوى

القدرات المنتظرة :

- إدراك العلاقات بين الأعداد و التمييز بين مختلف مجموعات الأعداد .
- تحديد كتابة مناسبة لتعبير جبري حسب الوضعية المدروسة .

الامتدادات:

- الدروس اللاحقة بالنسبة لمقرر السنة
- الدروس المقررة بالنسبة لمقررات السنوات اللاحقة.

الوسائل المستعملة:

- الكتاب المدرسي
- الألوان
- المحسبة

التوجيهات التربوية:

- يتم توليف مختلف المعارف المكتسبة حول الأعداد ثم إدخال الرموز الخاصة بمجموعات هذه الأعداد و التمييز بينها ,
- انطلاقا من أنشطة و تمارين يقدم الجذر مربع لعدد صحيح طبيعي الذي ليس مربعا كاملا كمثال لعدد لاجذري.
- انطلاقا من أنشطة يتم التذكير بخصائص العمليات فب المجموعة ¥ و بمختلف المتطابقات الهامة التي ينبغي تدعيمها بالمتطابقتين $a^3 - b^3$ و $a^3 + b^3$
- إن خصائص وتقنيات العمليات في ¥ يجب تدعيمها كلما سنحت الفرصة و في مختلف فصول المقرر.

محتوى البرنامج:

- كتابة و ترميز.
- أمثلة من الأعداد اللاجذرية.
- العمليات في ¥ خاصياتها.
- القوى و خاصياتها قوى العدد 10 الكتابة العلمية لعدد عشري.
- المتطابقات $a^3 - b^3$ و $a^3 + b^3$ و $(a+b)^3$ و $(a-b)^3$
- النشر و التعميل.

المجموعات

I. المجموعات ¥ و ¢ و ¤ و ¡ :

1. مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية :

تذكير:

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي: ¥ $= \{0,1,2,3,4..........\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة الأعداد الصحيحة **النسبية** و نرمز لها ب ¢ و نكتب :

¢ $= \{........,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4..........\}$

أمثلة : -5 عدد صحيح نسبي ونكتب $-5 \in$ ¢

$\sqrt{7}$ ليس عددا صحيحا نسبيا ونكتب $\sqrt{7} \notin$ ¢

0 العدد الصحيح النسبي المنعدم

نرمز لمجموعة الأعداد الصحيحة النسبية غير المنعدمة بالرمز ¢ * و نكتب :

¢ $^* = \{........,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4..........\}$

ملاحظة: كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي

نقول أن المجموعة ¥ جزء من المجموعة ¢ **أو** المجموعة ¥ ضمن المجموعة ¢ و نكتب : ¥ $\subset$ ¢

2. مجموعة الأعداد العشرية النسبية :

نشاط:

أكتب الأعداد التالية على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in$ ¢ و $n \in$ ¥ :

3,12 ; 7 ; -3 ; -0,546

تعريف:

كل عدد له كتابة كسرية على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in$ ¢ و $n \in$ ¥ يسمى عددا عشريا نسبيا و نرمز الأعداد العشرية النسبية ب ID

نتائج :

- العدد العشري له كتابة ب عدد منته من الأرقام على يمين الفاصلة .

- كل عدد صحيح نسبي a هو عدد عشري نسبي (لأنه يكتب على الشكل $\frac{a}{10^0}$) إذن $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$

3. مجموعة الأعداد الجذرية :

تعريف:

العدد الجذري هو كل عدد على الشكل $\frac{a}{b^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{Z}^*$ و $n \in \mathbb{N}$ يرمز لمجموعة الأعداد الجذرية ب $\mathbb{Q}$

أمثلة: $\frac{3}{-5}$ عدد جذري ; 7 عدد جذري ; 2,34 عدد جذري ; π ليس عددا جذريا

نتيجة: كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري . إذن $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

4. مجموعة الأعداد الحقيقية :

نشاط :

بين أن $\sqrt{2}$ عدد لا جذري

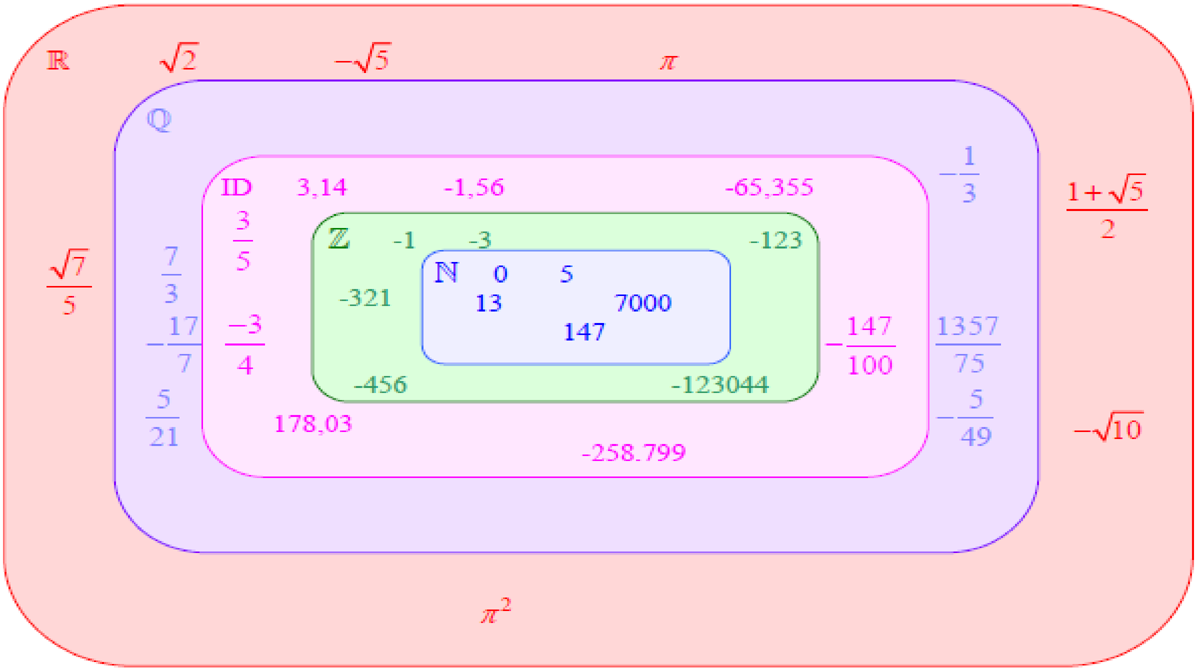
أرسم مربع ضلعه 1 ثم حدد طول قطره .

ملاحظة: توجد مقادير لا يمكن التعبير عنها بأعداد جذرية تسمى أعدادا لا جذرية

تعريف:

الأعداد الجذرية والأعداد اللاجذرية تكون مجموعة تسمى **مجموعة الأعداد الحقيقية** يرمز لها ب $\mathbb{R}$

نتيجة: كل عدد جذري هو عدد حقيقي . إذن $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

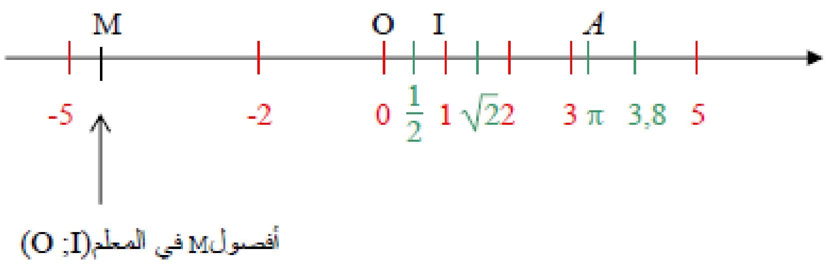


تمثيل المجموعة ¡ :

نمثل المجموعة ¡ على مستقيم مدرج $\Delta(O;I)$

كل نقطة من المستقيم $\Delta(O;I)$ تقبل عددا حقيقيا وحيدا أفصولا لها.

كل عدد حقيقي هو أفصول لنقطة وحيدة من المستقيم $\Delta(O;I)$.



A هي النقطة ذات الأفصول π نكتب $A(\pi)$

II. العمليات في المجموعة ¡ و خاصياتها:

1. تذكير

❖ **الجمع :**

- الجمع تبادلي في ¡ : لكل a و b من ¡ $a+b=b+a$
- الجمع تجميعي في ¡ : لكل a و b و c من ¡ $(a+b)+c=a+(b+c)$
- **0** هو العنصر المحايد للجمع في ¡ : لكل a من ¡ $a+0=0+a=a$

- لكل عدد حقيقي a مقابل هو $-a$: $a+(-a)=(-a)+a=0$

❖ الطرح:

- ليكن a و b من $\mathbb{R}$ $\quad a-b=a+(-b)$

❖ الضرب:

- الضرب تبادلي في $\mathbb{R}$: لكل a و b من $\mathbb{R}$ $\quad a\times b=b\times a$
- الضرب تجميعي في $\mathbb{R}$: لكل a و b و c من $\mathbb{R}$ $\quad (a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
- **1** هو العنصر المحايد للضرب في $\mathbb{R}$: لكل a من $\mathbb{R}$ $\quad a\times 1=1\times a=a$
- لكل عدد حقيقي غير منعدم a مقلوب هو $\left(a^{-1}\right)=\dfrac{1}{a}$: $a^{-1}\times a=a\times a^{-1}=1$
- الضرب توزيعي على الجمع في $\mathbb{R}$: لكل a و b و c من $\mathbb{R}$

$$(b+c)\times a=ba+ca \quad ; \quad a\times(b+c)=ab+ac$$

❖ الخارج:

- ليكن a من $\mathbb{R}$ و b من $\mathbb{R}^*$: $\quad \dfrac{a}{b}=a\times\dfrac{1}{b}$

قواعد:

- لكل a و b و c من $\mathbb{R}$: $\quad a=b$ تكافئ $a+c=b+c$
- لكل a و b من $\mathbb{R}$ و c من $\mathbb{R}^*$: $\quad a=b$ تكافئ $ac=bc$
- لكل a و b و c و d من $\mathbb{R}$:

إذا كان $a=b$ و $c=d$ فإن $a+c=b+d$

إذا كان $a=b$ و $c=d$ فإن $ac=bd$

- $ab=0$ يعني $a=0$ أو $b=0$
- $ab\neq 0$ تكافئ $a\neq 0$ و $b\neq 0$
- لكل a و b و c و d من $\mathbb{R}^*$: $\quad \dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ تكافئ $ad=bc$
- لكل a و b من $\mathbb{R}$ و c و d من $\mathbb{R}^*$: $\quad \dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{d}=\dfrac{ad+bc}{cd} \quad , \quad \dfrac{a}{c}\times\dfrac{b}{d}=\dfrac{ab}{cd}$
- لكل a من $\mathbb{R}$ و b و c و d من $\mathbb{R}^*$: $\quad \dfrac{1}{\frac{b}{c}}=\dfrac{c}{b} \quad , \quad \dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}$

2. الجذور المربعة:

تعريف:

ليكن x من $\mathbb{R}^+$

العدد الحقيقي الموجب y الذي يحقق $y^2 = x$ يسمى جذر مربع العدد الموجب x و يكتب : $\sqrt{x}$

$$y^2 = x \;;\; y \geq 0 \quad \text{تكافئ} \quad y=\sqrt{x} \;;\; x \in \mathbb{R}^+$$

نتائج:

ليكن x و y من $\mathbb{R}^+$:

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 = \sqrt{x^2} = x \quad ; \quad \sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy} \quad ; \quad \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \quad (y \neq 0)$$

$\sqrt{x} = \sqrt{y}$ تكافئ $x = y$

إذا كان x من $\mathbb{R}^-$ فإن: $\sqrt{x^2} = -x$

ملاحظة: لكل عدد لحقيقي موجب a يو جد عددان حقيقيان مربعهما يساوي a هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

3. القوى:

تعريف:

ليكن a من $\mathbb{R}$ و n من $\mathbb{N}^*$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\text{من الـ عوامل } n} \quad ; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \; (a \neq 0)$$

العدد a^n يسمى قوة العدد الأس n

العدد a^{-n} يسمى قوة العدد الأس -n

ليكن a من $\mathbb{R}^*$: $a^0 = 1$

نتائج :

لكل x و y من $\mathbb{R}$ و n و m من $\mathbb{Z}^*$:

$$x^m \times x^n = x^{m+n} \qquad \frac{x^m}{x^n} = (x)^{m-n} \qquad x^m \times y^m = (x \times y)^m$$

$$x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n \qquad \left(x^m\right)^n = x^{m \times n} \qquad \frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m$$

لكل عدد حقيقي موجب x : $\sqrt{x^n} = \sqrt{x}^n$

حالة خاصة: لكل x من ¡ $x^1 = x$

4. الكتابة العلمية لعدد عشري :

خاصية:

الكتابة العلمية للعدد العشري النسبي a هي : .

$a.10^n$ إذا كان عددا موجبا بحيث : $1 \le a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

$-a.10^n$ إذا كان عددا سالبا بحيث : $1 \le a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

أمثلة:

$$1240000 = 1,24 \times 10^6$$

$$-0,00131 = -1,31 \times 10^4$$

$$2,045 = 2,045 \times 10^0$$

5. المتطابقات الهــامة :

ليكن a و b من ¡ :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$