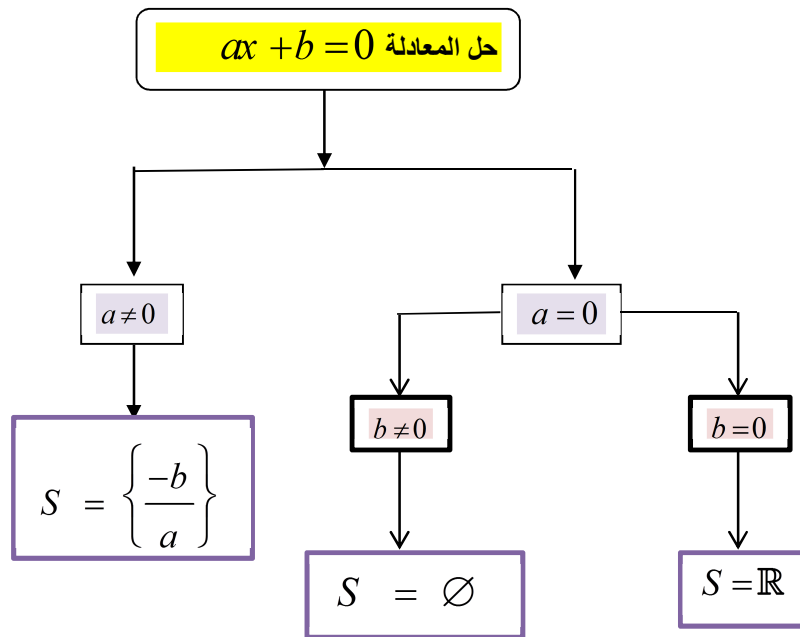


المعادلات والمتراجحات والنظمت

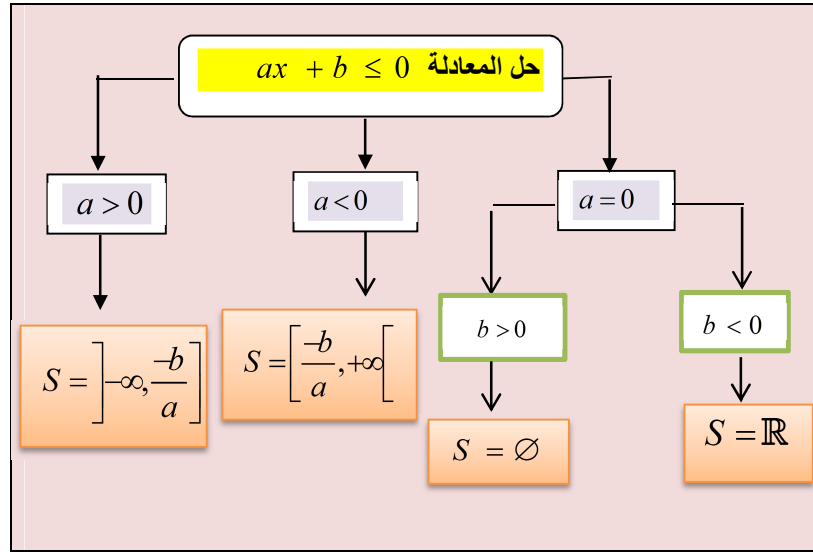
معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax + b = 0$ حيث x هو المجهول و a و b عدنان حقيقيان معلومان



متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في \mathbb{R} هي كل متراجحة يمكن أن تكتب على شكل $ax + b > 0$ أو $ax + b \geq 0$ أو $ax + b < 0$ أو $ax + b \leq 0$ حيث x هو المجهول و a و b عدنان حقيقيان معلومان



جدول إشارة الحدانية $ax + b$

نعتبر الحدانية $ax + b$ حيث $a \neq 0$

- إذا كان $x \geq \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax + b$ هي إشارة a
- إذا كان $x \leq \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax + b$ هي عكس إشارة a

معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax + by + c = 0$ حيث x و y هما المجهولان و a و b و c أعداد حقيقية معلومة

- إذا كان $a \neq 0$ فإن $S = \left\{ \left(\frac{-b}{a}y - \frac{c}{a}; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$

- إذا كان $b \neq 0$ فإن $S = \left\{ \left(x; \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$

- إذا كان $a = 0$ و $b = 0$:

- إذا كان $c = 0$: $S = \mathbb{R}^2$

- إذا كان $c \neq 0$: $S = \emptyset$

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى

النظمة $(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية .
العدد $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ يسمى محددة النظمة (S) .

نعتبر النظمة $(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

✚ إذا كان $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0$: فإن النظمة تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x, y) حيث $x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$

✚ إذا كان $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$: فإنه قد لا يكون لهذه النظمة أي حل وقد يكون لها ما لا نهاية من الحلول

إشارة $ax + by + c$ و تجويه المستوى

المستوى منسوب إلى معلم (O, I, J)

ليكن (D) مستقيما معادلته $ax + by + c = 0$

المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين.

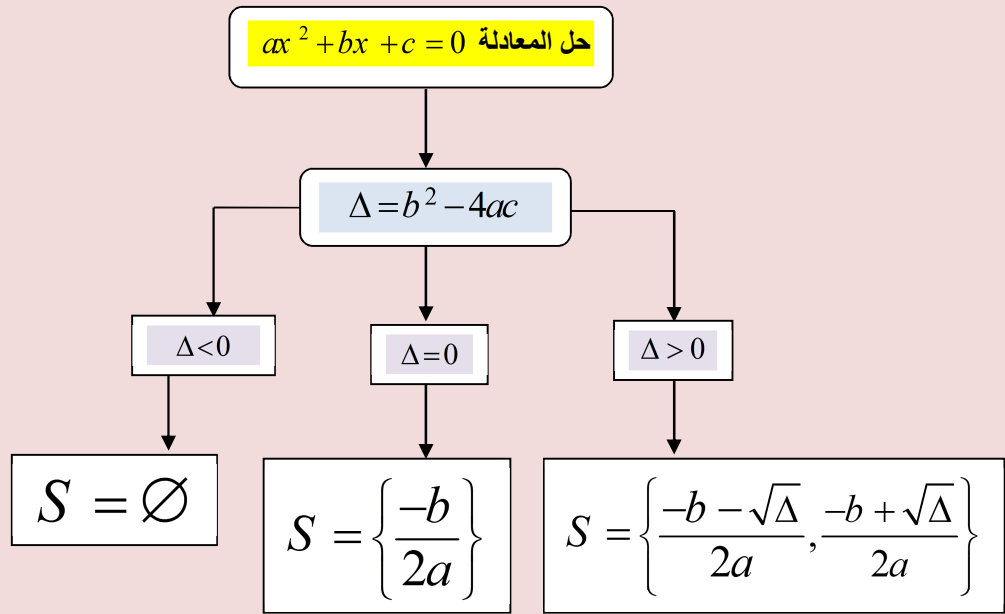
- أحدهما مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق العلاقة $ax + by + c > 0$
- و الآخر هو مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق العلاقة $ax + by + c < 0$

المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

الكتابة $a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{(2a)^2} \right]$ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ حيث a و b و c أعداد حقيقية
بحيث $a \neq 0$

- كل معادلة على الشكل $ax^2 + bx + c = 0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a \neq 0$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية في \mathbb{R}
- العدد $\Delta = b^2 - 4ac$ يسمى مميز هذه المعادلة أو مميز ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$

نعتبر في \mathbb{R} المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ بحيث $a \neq 0$ و لتكن S مجموعة حلولها و Δ مميزها .



تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

- نعتبر ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ و ليكن Δ مميزها
- إذا كان $\Delta > 0$ فإن المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2 و لدينا :
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- إذا كان $\Delta = 0$ فإن :

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$$

- إذا كان $\Delta < 0$ فإن ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ لا يمكن تعميلها إلى جداء حدوديتين من الدرجة الأولى في \mathbb{R}

مجموع و جداء حلي معادلة من الدرجة الثانية

إذا كان للمعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ مميز موجب قطعاً فإن x_1 و x_2 حلي هذه المعادلة يحققان :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

تحديد عددين مجموعهما و جداهما معلومان

ليكن P و S عددين حقيقيين.

$$x^2 - Sx + P = 0 \text{ تقبل حلاً إذا وفقط إذا كان } S^2 - 4P \geq 0 \text{ و العددين } u \text{ و } v \text{ هما حلاً للمعادلة}$$

$$\begin{cases} u + v = S \\ uv = P \end{cases} \text{ النظام}$$

إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $P(x) = ax^2 + bx + c$ و مميزها Δ مميزها

• إذا كان $\Delta > 0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a خارج الجذرين ، و إشارة $P(x)$ هي عكس إشارة العدد a داخل الجذرين

• إذا كان $\Delta = 0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x مخالف للعدد $-\frac{b}{2a}$

• إذا كان $\Delta < 0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x من \mathbb{R}