الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي	المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى و النظمات حلول مقترحة	سلسلة 1

تمرين 1 :

لدينا : $2-x=-7x+14$

$-x+7x=-2+14$

$6x=12$

$x=\dfrac{12}{6}$

$x=2$

بالتالي : $\boxed{S=\{2\}}$

لدينا : $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{2x-3}{4}=3$

$\dfrac{2(x-1)}{4}-\dfrac{(2x-3)}{4}=\dfrac{12}{4}$

$2(x-1)-(2x-3)=12$

$2x-2-2x+3=12$

$1=12$

بالتالي: $\boxed{S=\phi}$

لدينا : $\sqrt{2}\,x+5=\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,x=\sqrt{2}-5$

$x=\dfrac{\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}}$

$x=\dfrac{2-5\sqrt{2}}{2}$

بالتالي: $\boxed{S=\left\{\dfrac{2-5\sqrt{2}}{2}\right\}}$

لدينا : $|x-3|=4$

منه: $x-3=4$ أو $x-3=-4$

منه: $x=4+3$ أو $x=-4+3$

منه: $x=7$ أو $x=-1$

بالتالي: $\boxed{S=\{7,-1\}}$

لدينا : $|x+3|=|2x-1|$

منه: $x+3=2x-1$ أو $x+3=-(2x-1)$

منه: $x-2x=-1-3$ أو $x+3=-2x+1$

منه: $-x=-4$ أو $x+2x=1-3$

منه: $x=4$ أو $3x=-2$

منه: $x=4$ أو $x=\dfrac{-2}{3}$

بالتالي: $\boxed{S=\left\{4,\dfrac{-2}{3}\right\}}$

لدينا : $x(x-2)+3(x-2)=0$

منه: $(x-2)(x+3)=0$

منه: $x+3=0$ أو $x-2=0$

منه: $x=-3$ أو $x=2$

بالتالي : $\boxed{S=\{2,-3\}}$

لدينا : $x^3-8+2x(x-2)=0$

$x^3-2^2+2x(x-2)=0$

$(x-2)(x^2+2x+2^2)+2x(x-2)=0$

منه: $(x-2)(x^2+2x+4+2x)=0$

$(x-2)(x^2+4x+4)=0$

$(x-2)(x+2)^2=0$

منه: $x+2=0$ أو $x-2=0$

منه: $x=-2$ أو $x=2$

بالتالي: $\boxed{S=\{2,-2\}}$

لدينا : $\sqrt{x^2+7}=4$

$x^2+7=16$

منه: $x^2=16-7$

$x^2=9$

منه: $x=-3$ أو $x=3$

بالتالي: $\boxed{S=\{3,-3\}}$

نتذكر بالقواعد: $|x|=r$ تعني: $x=r$ أو $x=-r$ (حيث $r>0$) و $|x|=|y|$ تعني: $x=y$ أو $x=-y$

و $x^2=r$ تعني : $x=\sqrt{r}$ أو $x=-\sqrt{r}$ (حيث $r>0$) و $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

تمرين 2 : حل في IR المتراجحات و النظمات التالية :

لدينا : $5x-1\leq 3x+11$ منه : $5x-3x\leq 1+11$ منه : $2x\leq 12$ منه : $x\leq\dfrac{12}{2}$ منه : $x\leq 6$ بالتالي: $\boxed{S=\left]-\infty,6\right]}$

لدينا : $-2x+1\geq x-3$ منه : $-2x-x\geq -3-1$ منه : $-3x\geq -4$ منه : $3x\leq 4$ منه : $x\leq \frac{4}{3}$ بالتالي: $\boxed{S=\left]-\infty,\frac{4}{3}\right]}$

لدينا : $\sqrt{2}\,x-5<\sqrt{3}\,x-4$ منه : $\sqrt{2}\,x-\sqrt{3}\,x<-4+5$ منه : $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x<1$ منه : $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x>-1$

منه : $x>\frac{-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ منه : $x>\frac{-1\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2}$ أي : $x>-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ بالتالي: $\boxed{S=\left]-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right).+\infty\right[}$

لاحظ أن $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ عدد سالب و مقابله هو $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

لدينا : $|x-1|\leq \frac{1}{2}$ منه : $\frac{-1}{2}\leq x-1\leq \frac{1}{2}$ منه : $\frac{-1}{2}+1\leq x\leq \frac{1}{2}+1$ منه : $\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{3}{2}$ بالتالي : $\boxed{S=\left[\frac{1}{2}.\frac{3}{2}\right]}$

لدينا : $|2x-3|\geq 1$ منه : ($2x-3\geq 1$ أو $2x-3\leq -1$) منه : ($x\geq 2$ أو $x\leq 1$)

بالتالي: $\boxed{S=\left]-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right[}$

لدينا : $\begin{cases}2x-3>2-3x\\5x-3\leq x+9\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}5x>5\\4x\leq 12\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}x>1\\x\leq 3\end{cases}$ يعني: $1<x\leq 3$ بالتالي : $\boxed{S=\left]1;3\right]}$

لدينا : $\begin{cases}\frac{x-3}{2}\leq 1\\x-6\leq 2(x-3)\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x-3\leq 2\\x-6\leq 2x-6\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x\leq 5\\-x\leq 0\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x\leq 5\\x\geq 0\end{cases}$ يعني: $0\leq x\leq 5$

بالتالي: $\boxed{S=[0;5]}$

لدينا : $\begin{cases}x\leq 8-3x\\2x>x+7\end{cases}$ يعني: $\begin{cases}x\leq 2\\x>7\end{cases}$ يعني: $7<x\leq 2$ وهذا غير ممكن بالتالي: $\boxed{S=\phi}$

تمرين 3 :

لنحل في IR المتراجحة : $(2x-3)(4-x)\geq 0$

لدينا: $2x-3=0$ تعني: $x=\frac{3}{2}$ و $4-x=0$ تعني: $x=4$

منه جدول إشارات الحدودية : $(2x-3)(4-x)$ هو :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		4		$+\infty$
$2x-3$		-	0	+		+	
$4-x$		+		+	0	-	
$(2x-3)(4-x)$		-	0	+	0	-	

وبالتالي حل المتراجحة : $(2x-3)(4-x)\geq 0$ هو: $\boxed{S=\left[\frac{3}{2};4\right]}$

للتذكير ، لتحديد إشارة حدانية: $ax+b$ ، نبحث أولا عن جذرها أي نحل المعادلة: $ax+b=0$ ، فتكون لها نفس إشارة a يمين الجذر و عكس إشارة a يساره.

لاحظ أن: $4-x=-x+4$ أي أن: $a=-1<0$

لنحل في IR المتراجحة : $(5x-1)(3x+6)>0$

لدينا: $5x-1=0$ تعني : $x=\frac{1}{5}$ و $3x+6=0$ تعني: $x=-2$ ، منه جدول إشارات الحدودية : $(5x-1)(3x+6)$ هو :

x	$-\infty$	-2		$\frac{1}{5}$		$+\infty$
$5x-1$	-		-	0	+	
$3x+6$	-	0	+		+	
$(5x-1)(3x+6)$	+	0	-	0	+	

و بالتالي حل المتراجحة: $(5x-1)(3x+6)>0$ هو: $\boxed{S=]-\infty;-2[\cup]\frac{1}{5};+\infty[}$

لنحل في IR المتراجحة : $4x^2-9<0$ أي : $(2x+3)(2x-3)<0$

لدينا: $2x+3=0$ تعني : $x=\frac{-3}{2}$ و $2x-3=0$ تعني: $x=\frac{3}{2}$ ،منه جدول إشارات الحدودية : $(2x+3)(2x-3)$ هو :

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$	-		-	0	+	
$2x+3$	-	0	+		+	
$4x^2-9$	+	0	-	0	+	

و بالتالي حل المتراجحة: $4x^2-9<0$ هو: $\boxed{S=]\frac{-3}{2};\frac{3}{2}[}$

لنحل في IR المتراجحة : $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$

لدينا : $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$ تعني: $(2x+1)^2-(x+3)^2\leq 0$ تعني: $[(2x+1)-(x+3)][(2x+1)+(x+3)]\leq 0$

تعني: $(x-2)(3x+4)\leq 0$ ، و لدينا : $x-2=0$ تعني : $x=2$ و $3x+4=0$ تعني: $x=\frac{-4}{3}$

منه جدول إشارات الحدودية : $(x-2)(3x+4)\leq 0$ هو :

x	$-\infty$	$\frac{-4}{3}$		2		$+\infty$
$x-2$	-		-	0	+	
$3x+4$	-	0	+		+	
$(x-2)(3x+4)$	+	0	-	0	+	

و بالتالي حل المتراجحة: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$ هو: $\boxed{S=[\frac{-4}{3};2]}$

- إيجاد الجدول لا يعني نهاية الحل، بل يجب الرجوع للمتراجحة لتحديد المجال المناسب، فالكتابة ≤ 0 ... تعني البحث عن المجال الذي تكون فيه الحدودية سالبة و الحالة الأخرى عندما تكون موجبة.
- يمكنك البدء في الجدول بأي حدانية من حدانيتي الجذاء
- لحل متراجحة ليست من الدرجة الأولى يجب دائما جعل إحدى الطرفين منعدما و تعميل الطرف الآخر مثل المتراجحة أعلاه.

تمرين 4 :

1 لنحل في IR^2 المعادلة : $5x+y=3$

لدينا: $5x+y=3$ تعني: $y=-5x+3$ بالتالي: $\boxed{S=\{x\in IR/\ y=-5x+3\}}$

لنحل في IR^2 المعادلة : $x+7y-16=0$

لدينا: $x+7y-16=0$ تعني: $x=-7y+16$ بالتالي: $\boxed{S=\{x\in IR/\ x=-7x+16\}}$

لنحل في IR^2 المعادلة : $-5x+\sqrt{8}y+2=0$

لدينا: $-5x+\sqrt{8}y+2=0$ تعني: $-5x=-\sqrt{8}y-2$ تعني: $x=\frac{\sqrt{8}}{5}y+\frac{2}{5}$

بالتالي: $\boxed{S=\left\{x\in IR/\ x=\frac{\sqrt{8}}{5}y+\frac{2}{5}\right\}}$

2

- إيجاد الحلول لمثل هذه المعادلات يعني لإيجاد أحد المجهولين بدلالة الآخر، و يمكنك الاختيار، لكن يستحسن اختيار الحالة التي نتجنب من خلالها الكسور مثل المثالين الأولين، أما المثال الثالث فحاولنا اختيار الحالة التي لا يكون فيها الجذر المربع في المقام
- الحلول هي عبارة عن مجموعة أزواج غير منتهية، لذلك يتم التعبير عنها باستعمال الكتابة بإدراك و ليس بتفصيل.

تمرين 5 : ـ مزيدا من التفكير ـ

$3\le|x+2|\le4$ تعني : ($|x+2|\le4$ و $|x+2|\ge3$)

تعني : ($-4\le x+2\le4$ و ($x+2\ge3$ أو $x+2\le-3$))

تعني : ($-6\le x\le2$ و ($x\ge1$ أو $x\le-5$))

تعني : $x\in[-6;2]\cap(]-\infty;-5]\cup[1;+\infty[)$

تعني : $x\in[-6;-5]\cup[1;2]$

بالتالي : $S=[-6;-5]\cup[1;2]$

- أثناء الانتقال لتحديد مجال : "الواو" تصبح تقاطعا و "أو" تصبح اتحادا