# ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

## ملخص درس المستقيم في المستوى

**1)أساس مستوى-معلم مستوى:تعريف1:** إذا كانت $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيميتين فان الزوج $(\vec{i},\vec{j})$ يسمى أساسا للمستوى.

**تعريف:** إذا كانت $O$ نقطة من المستوى و $(\vec{i},\vec{j})$ أساس للمستوى فان $(O,\vec{i},\vec{j})$ هو معلم في المستوى.

**2)إحداثيات نقطة:** ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما بحيث $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$. لكل نقطة $M$ من المستوى يوجد زوج وحيد $(x,y)$ بحيث: $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ و الزوج $(x,y)$ هو إحداثيتي النقطة $M$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ و نكتب $M(x,y)$

**مثال:** في مثلث $ABC$ إذا كانت $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$ فان زوج إحداثيتي النقطة $M$ في المعلم $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ هو $(3,-2)$.

**3)إحداثيتا متجهة::** ليكن $(\vec{i},\vec{j})$ أساسا للمستوى. لكل متجهة $\vec{u}$ يوجد زوج وحيد $(x,y)$ بحيث $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ والزوج $(x,y)$ يسمى زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}$ و نكتب $\vec{u}(x,y)$ وإذا كان $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{u'}(x',y')$ فان: $\vec{u}=\vec{u'}$ تكافئ $x=x'$ و $y=y'$.

**خاصية:** ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما. إذا كانت $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ فان:
$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$

**مثال:** إذا كانت $A(1,-4)$ و $B(-3,7)$ فان $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$
أي أن $\overrightarrow{AB}(-3-1,7-(-4))$ و بالتالي $\overrightarrow{AB}(-4,11)$
ومنه: $\overrightarrow{AB}=-4\vec{i}+11\vec{j}$

**4)إحداثيات مجموع متجهتين-إحداثيات ضرب متجهة في عدد حقيقي:**

**مثال:** نعتبر في الأساس $(\vec{i},\vec{j})$ المتجهتين $\vec{u}(3,-2)$ و $\vec{v}(-5,1)$

حدد زوج إحداثيتي المتجهات التالية : $\vec{u}+\vec{v}$ و $5\vec{u}$ و $3\vec{u}-2\vec{v}$

**الأجوبة :** $\vec{u}(3,-2)$ يعني $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$ و $\vec{v}(-5,1)$ يعني $\vec{v}=-5\vec{i}+\vec{j}$

ومنه : $\vec{u}+\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}-5\vec{i}+\vec{j}=-2\vec{i}-\vec{j}$ أي : $\vec{u}+\vec{v}(-2,-1)$

زوج إحداثيتي المتجهة $5\vec{u}$ هو $(5\times3,5(-2))$ أي $5\vec{u}(15,-10)$

$3\vec{u}-2\vec{v}=9\vec{i}-6\vec{j}+10\vec{i}-2\vec{j}=19\vec{i}-8\vec{j}$ أي : $3\vec{u}-2\vec{v}(19,-8)$

**خاصية:** إذا كانت $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ و $M$ منتصف القطعة $[AB]$ فان: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

**خاصية:** ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما متعامدا ممنظما. إذا كانت: $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ فان: $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

**5)شرط استقامية متجهتين:خاصية و تعريف:** لتكن $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس $(\vec{i},\vec{j})$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا و فقط إذا كان: $xy'-x'y=0$

العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بالنسبة للأساس $(\vec{i},\vec{j})$

و نكتب: $\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}x&x'\\y&y'\end{vmatrix}=xy'-x'y$

**مثال :** نعتبر في الأساس $(\vec{i},\vec{j})$ المتجهتين $\vec{u}(3,-2)$ و $\vec{v}(-6,4)$

هل $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين ؟ **الجواب :** نحسب المحددة :

$$\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix}3&-6\\-2&4\end{vmatrix}=3\times4-(-6)\times(-2)=12-12=0$$

ومنه $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين

**6)مستقيم معرف بنقطة و متجهة:تعريف:** ليكن $(D)$ مستقيما يمر من نقطتين مختلفتين $A$ و $B$. كل متجهة $\vec{u}$ غير منعدمة و مستقيمية مع المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تسمى متجهة موجهة للمستقيم $(D)$. نقول كذلك أن $(D)$ يمر من $A$ و موجه بالمتجهة $\vec{u}$ ولدينا كذلك $\overrightarrow{AB}$ متجهة موجهة للمستقيم $(AB)$.

**مثال:** نعتبر المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y=x-1$ حدد متجهة موجهة ل $(D)$

**الجواب:** النقطتان $A(1;0)$ و $B(0;-1)$ تنتميان إلى $(D)$.

إذن: $\overrightarrow{AB}(-1;-1)$ متجهة موجهة للمستقيم $(D)$.

**تعريف:** لتكن $A$ نقطة من المستوى و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة.
مجموعة النقط $M$ من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.
هي المستقيم المار من $A$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$. و نكتب $D(A;\vec{u})$

**تمثيل بارامتري لمستقيم:مثال:** نعتبر النقطة $A(3;-5)$ و المتجهة $(-2;3)$
حدد تمثيلاً بارامتري للمستقيم $D(A;\vec{u})$ **الجواب :** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-5+3t\end{cases};(t\in\mathbb{R})$

**7)معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:**

**خاصية:** ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما. كل مستقيم $(D)$ في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a\neq0$ أو $b\neq0$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم $(D)$. $\vec{u}(-b;a)$ متجهة موجهة ل $(D)$

**مثال1:** نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقط $A(2;4)$ و $B(5;-1)$ حدد معادلة ديكارتية للمستقيم $(AB)$.

**الجواب :** طريقة1 : $M(x,y)\in(AB)$ يعني $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ مستقيميتين

يعني $\det(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB})=0$ يعني $\begin{vmatrix}x-2&3\\y-4&-5\end{vmatrix}=0$ لأن: $\overrightarrow{AM}(x-2,y-4)$ و $\overrightarrow{AB}(3,-5)$

يعني $-5(x-2)-3(y-4)=0$ يعني $(AB)\ -5x-3y+22=0$

طريقة2: نعلم أن معادلة مستقيم تكتب على الشكل: $(AB)\ ax+by+c=0$

ونعلم أن : $\overrightarrow{AB}(3,-5)$ متجهة موجهة له : $\overrightarrow{AB}(-b,a)$

اذن : $-b=3$ و $a=-5$ اذن : $b=-3$ و $a=-5$

ومنه: $(AB)\ -5x-3y+c=0$ يجب الآن البحث عن $c$

نعلم أن: $A\in(AB)$ اذن احداثياته تحقق المعادلة :

$(AB)\ -5\times2-3\times4+c=0$ يعني : $c=22$ ومنه: $(AB)\ -5x-3y+22=0$

**8)الأوضاع النسبية لمستقيمين:**

**خاصية:** نعتبر المستقيمين $(D):ax+by+c=0$ و $(\Delta):a'x+b'y+c'=0$

$(D)$ و $(\Delta)$ متوازيان إذا و فقط إذا كان: $ab'-a'b=0$.

واذا كان $a\times b'-a'\times b\neq0$ فان: $(D)$ و $(\Delta)$ متقاطعان ويمكن تحديد نقطة التقاطع بحل النظمة المكونة من معادلتي $(D)$ و $(\Delta)$