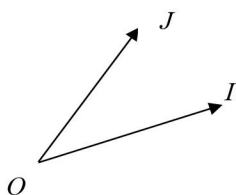


I. إحداثيات متجهة-إحداثيات نقطة:

1. أساس مستوى-معلم مستوى:



تعريف: إذا كانت \vec{i} و \vec{j} متجهتين غير مستقيمتين فان الزوج (\vec{i}, \vec{j}) يسمى أساسا للمستوى.

خاصية: إذا كانت O و I و J ثلاث نقط غير مستقيمية فان: (\vec{OI}, \vec{OJ}) أساس للمستوى.

المتلوث (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) يسمى معلما للمستوى.

مثال: إذا كان ABC مثلثا فان (\vec{AB}, \vec{AC}) أساس للمستوى. و (A, \vec{AB}, \vec{AC}) معلم للمستوى.

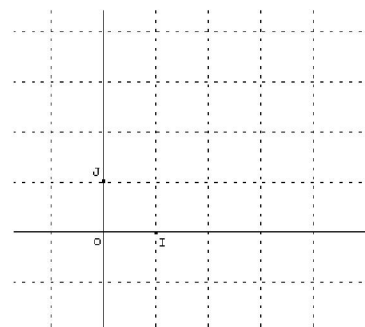
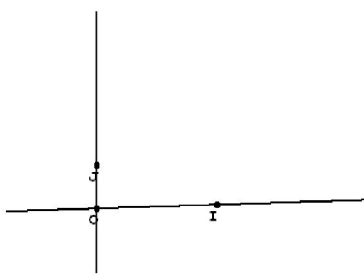
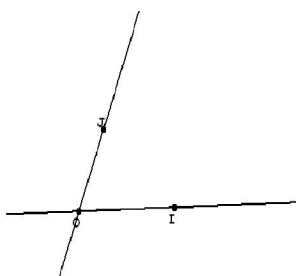
ترميز: عادة نضع $\vec{OI} = \vec{i}$ و $\vec{OJ} = \vec{j}$.

فيصبح لدينا: (\vec{i}, \vec{j}) أساس للمستوى و (O, \vec{i}, \vec{j}) معلم للمستوى.

معلم

معلم متعامد

معلم متعامد منظم



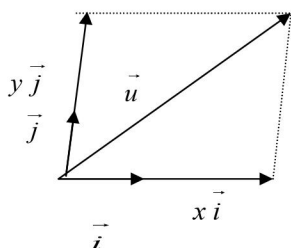
2. إحداثيات متجهة:

خاصية و تعريف:

ليكن (\vec{i}, \vec{j}) أساسا للمستوى. لكل متجهة \vec{u} يوجد زوج وحيد (x, y) بحيث $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

الزوج (x, y) يسمى زوج إحداثياتي المتجهة \vec{u} و نكتب $\vec{u}(x, y)$ أو $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

إذا كان $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{u}'(x', y')$ فان: $\vec{u} = \vec{u}'$ تكافئ $x = x'$ و $y = y'$.



** تمرين تطبيقي : (01 - س)

** تمرين تطبيقي : (02 - س)

3. إحداثيات مجموع متجهتين-إحداثيات ضرب متجهة في عدد حقيقي:

خاصية و تعريف: ليكن (\vec{i}, \vec{j}) أساسا للمستوى و k عددا حقيقيا.

إذا كان (x, y) و (x', y') هما زوجا إحداثياتي المتجهتين \vec{U} و \vec{V} على التوالي فان $(x + x', y + y')$ هو زوج إحداثياتي

المتجهة $\vec{U} + \vec{V}$.

إذا كان (x, y) هو زوج إحداثياتي \vec{U} فان (kx, ky) هو زوج إحداثياتي المتجهة $k\vec{U}$.

برهان:

مثال: نعتبر في المستوى, المتجهتين $U = (3, -2)$ و $V = (-5, 1)$.

حسب الخاصية, زوج إحداثياتي المتجهة $\vec{U} + \vec{V}$ هو $(3 - 5, -2 + 1)$ أي $(-2, -1)$

و زوج إحداثياتي المتجهة $5\vec{U}$ هو $(5 \times 3, 5 \times (-2))$ أي $(15, -10)$.

** تمرين تطبيقي : (03 - س)

4. شرط استقامة متجهتين:

خاصية و تعريف:

لتكن $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{v}(x', y')$ متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس (\vec{i}, \vec{j})

\vec{u} و \vec{v} مستقيمتان إذا و فقط إذا كان: $x'y' - x'y = 0$

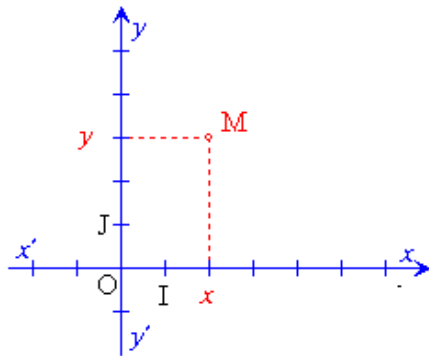
العدد $x'y' - x'y$ يسمى محددة المتجهتين \vec{u} و \vec{v} بالنسبة للأساس (\vec{i}, \vec{j}) و نكتب: $x'y' - x'y = \det(\vec{u}, \vec{v})$

مثال: نعتبر في المعلم المتعامد المنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) المتجهتين $u(x, y)$ و $V = (-6, 4)$ و $U = (3, -2)$

هل \vec{u} و \vec{v} مستقيمتين؟

** تمرين تطبيقي : (04 - س)

5. إحداثيات نقطة:



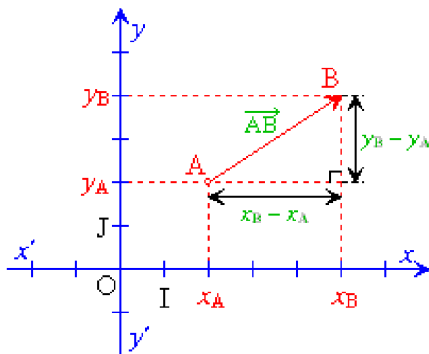
تعريف: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما بحيث $\vec{OI} = \vec{i}$ و $\vec{OJ} = \vec{j}$. لكل نقطة M من المستوى يوجد زوج وحيد (x, y) بحيث: $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$. الزوج (x, y) هو إحداثيتي النقطة M في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) وكتب $M(x, y)$.

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما. $M(x, y)$ تكافئ \vec{OM} . x يسمى أفصول النقطة M و y يسمى أرتوب النقطة M (OJ) يسمى محور الأرتوب و (OI) يسمى محور الأفصول.

مثال: في مثلث ABC إذا كانت $\vec{AM} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$ فإن زوج إحداثيتي النقطة M في المعلم (A, \vec{AB}, \vec{AC}) هو $(3, -2)$.

** تمرين تطبيقي : (05 - س)

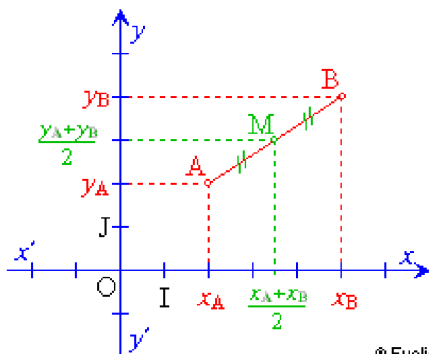
6. إحداثيتنا متجهة \vec{AB} :



خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما. إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ فإن: $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$. في الكتابة $A(x_A, y_A)$ هو أفصول x_A و y_A أرتوب A .

مثال: إذا كانت $A(1, -4)$ و $B(-3, 7)$ فإن $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$ أي أن $\vec{AB}(-3-1, 7-(-4))$ بالتالي: $\vec{AB}(-4, 11)$.

7. إحداثيتنا منتصف قطعة:



خاصية: إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و M منتصف القطعة $[AB]$ فإن: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

8. المسافة بين نقطتين:

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما متعامدا منظمًا. إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ فإن: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

مثال: المسافة بين النقطتين $A(3, 1)$ و $B(-1, 2)$ في معلم متعامد منظم هي:

$$AB = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-1)^2} \text{ أي أن } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{17} \text{ و بالتالي:}$$

** تمرين تطبيقي : (06 - س)

II. مستقيم معرف بنقطة و متجهة:

1. متجهة موجهة لمستقيم:

تعريف: ليكن (D) مستقيما يمر من نقطتين مختلفتين A و B . كل متجهة \vec{u} غير منعدمة و مستقيمية مع المتجهة \vec{AB} تسمى متجهة موجهة للمستقيم (D) . نقول كذلك أن (D) يمر من A و موجه بالمتجهة \vec{u} ولدينا كذلك \vec{AB} متجهة موجهة للمستقيم (AB) .

مثال: نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$. النقطتان $A(1; 0)$ و $B(0; -1)$ تنتميان إلى (D) .

إذن: $(-1; -1)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) .

تعريف: لتكن A نقطة من المستوى و \vec{u} متجهة غير منعدمة.
مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ حيث $t \in \mathbb{R}$.
هي المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة \vec{u} . و نكتب $D(A; \vec{u})$.

2. تمثيل بارامتري لمستقيم:

تعريف: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما للمستوى (P) و لتكن $A(x_0; y_0)$ نقطة من (P) و $\vec{u}(a; b)$ متجهة غير منعدمة.
النظمة $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$ تسمى بارامتريا للمستقيم (D) المار من $A(x_0; y_0)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(a; b)$.

مثال: نعتبر النقطة $A(3; -5)$ و المتجهة $\vec{u}(-2; 3)$

تمثيل بارامتري للمستقيم $D(A; \vec{u})$ هو: $(t \in \mathbb{R})$:
 $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$

ملحوظة: كل مستقيم (D) يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية.

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

III. معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax + by + c = 0$ حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) .

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما و a و b و c أعدادا حقيقية حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$.
مجموعة النقط $M(x; y)$ بحيث $ax + by + c = 0$ هي موجه بالمتجهة $\vec{u}(-b; a)$.

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (10 - س)**

IV. الأوضاع النسبية لمستقيمين:

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

خاصية: نعتبر المستقيمين $(D): ax + by + c = 0$ و $(\Delta): a'x + b'y + c' = 0$
 (D) و (Δ) متوازيان إذا و فقط إذا كان: $ab' - a'b = 0$.

برهان:

خاصية: $(D): y = mx + p$ و $(\Delta): y = m'x + p'$

$(D) \parallel (\Delta)$ يعني أن: $m = m'$

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D) .

مثال: نعتبر في المعلم المتعامد المنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيمين (D) و (Δ)

$(D): 2x + 3y + 1 = 0$ و $(\Delta): 4x + 6y + 7 = 0$

1. حدد المعامل الموجه لكل من المستقيمين (D) و (Δ)

2. هل $(D) \parallel (\Delta)$ ؟

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**