المستقيم في المستوى

القدرات المنتظرة

-* ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التالفية و الهندسة المتجهية بواسطة الاحداثيات

-* استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية.

I- معلم مستوى – احداثيتا نقطة – تساوى متجهتين – شرط استقامية متجهتين

1- معلم – إحداثيتا نقطة

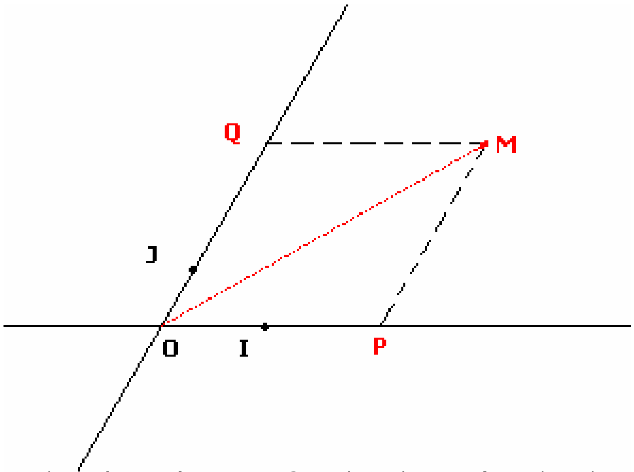
نشاط لتكن I و J و O ثلاث نقط غير مستقيمية و M نقطة من المستوى و P مسقطها على (OI) بتواز مع (OJ) و Q مسقطها على (OJ) بتواز مع (OI)

1- أنشئ الشكل

2- باعتبار x أفصول P بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و y أفصول Q بالنسبة للمعلم $(O;J)$

أكتب $\overrightarrow{OM}$ بدلالة x و y و $\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OJ}$

1- الشكل



2- لدينا P مسقط M على (OI) بتواز مع (OJ) و Q مسقط M على (OJ) بتواز مع (OI)

ومنه $(OPMQ)$ متوازي الأضلاع و بالتالي $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$

و حيث أن x أفصول P بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و y أفصول Q بالنسبة للمعلم $(O;J)$

فان $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OQ}=y\overrightarrow{OJ}$

ومنه $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$

و بما أن I و J و O ثلاث نقط غير مستقيمية فاننا نقول ان الزوج $(x;y)$ زوج احداثيثي M بالنسبة للمعلم $(O;I;J)$ أو المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ نكتب $M(x;y)$

تعريف1

* كل ثلاث نقط غير مستقيمية I و J و O تحدد معلما في المستوى نرمز له بـ $(O;I;J)$ أو $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

ترميز و مصطلحات

- المستقيم (OI) يسمى محور الأفاصيل
- المستقيم (OJ) يسمى محور الأراتيب
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ فان $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما متعامدا
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ$ فان $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما متعامدا ممنظما.

تعريف2

نقول ان الزوج $(x;y)$ زوج إحداثيتي النقط M في المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ إذا وفقط إذا كان

$\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$ نكتب $M(x;y)$

العدد x يسمى أفصول M

العدد y يسمى أرتوب M

2- إحداثيتا متجهة – تساوى متجهتين

أ- احداثيتا متجهة

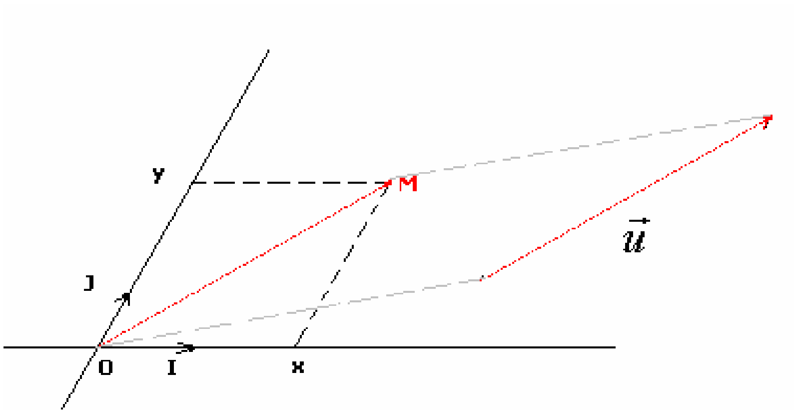
نشاط

نعتبر المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ و $\vec{u}$ متجهة معلومة .

أنشئ M حيث $\vec{u}=\overrightarrow{OM}$

باعتبار $M(x;y)$ بالنسبة للمعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ أكتب $\vec{u}$ بدلالة x و y

----



لدينا $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$ ومنه $\vec{u}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$

الزوج $(x;y)$ زوج احداثيثي $\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

تعريف

زوج احداثيثي $\vec{u}$ في المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ هو زوج إحداثيتي النقط M في المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ حيث $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

اذا كان $M(x;y)$ في المعلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ فان زوج احداثيثي $\vec{u}$ هو $(x;y)$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

خاصية

المستوى منسوب إلى معلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$.

$\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}'(x';y')$ متجهتان و α و β عددان حقيقيان

زوج إحداثيتي المتجهة $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ هو $(\alpha x+\beta x';\alpha y+\beta y')$

ب- تساوي متجهتين

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$،نعتبر $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}'(x';y')$ متجهتين

$\vec{u}=\vec{u}'$ اذا وفقط اذا كان $x=x'$ و $y=y'$

د- احداثيتا $\overrightarrow{AB}$

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$،إذا كان $A(x;y)$ و $B(x';y')$ فان $\overrightarrow{AB}(x'-x;y'-y)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر النقط $A(1;2)$ و $B(-3;-1)$ و $C(3;-2)$ ومتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$.

1- أنشئ النقط A و B و C و المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$

2- حدد زوج إحداثيتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $2\vec{u}-\frac{1}{2}\vec{v}$

3- حدد زوج إحداثيتي D حيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$

4- حدد زوج إحداثيتي I منتصف $[AB]$

تمرين

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير مستقميتين و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقميتين حيث $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$
و $\vec{v}=-4i+3\vec{j}$

حدد إحداثيتي $\vec{u}$ و $\vec{v}$ في الأساس $(\vec{i};\vec{j})$

حدد إحداثيتي $\vec{i}$ و $\vec{j}$ في الأساس $(\vec{u};\vec{v})$

3- شرط استقامية متجهتين

أ- محددة متجهتين

تعريف

لتكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ متجهتين

العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ (في هذا الترتيب) نرمز له بـ $\det(\vec{u};\vec{v})$ أو $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$

نكتب $\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$

مثال نعتبر $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$ و $\vec{w}(-5;0)$

حدد $\det(\vec{u};\vec{v})$ و $\det(\vec{u};\vec{w})$

ب- لتكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ غير منعدمتين

* $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان تكافئ $\vec{u}=k\vec{v}$

تكافئ $x=kx'$ و $y=ky'$

ومنه $xy'-x'y=kx'y'-kx'y'=0$

نفترض $xy'-x'y=0$ و $x'\neq 0$

* نضع $\frac{x}{x'}=k$ ومنه $x=kx'$

و بالتالي $xy'-x'y=0$ تكافئ $y=ky'$

إذن $\vec{u}=k\vec{v}$

إذا كان $\vec{u}$ أو $\vec{v}$ منعدما فان $xy'-x'y=0$

خاصية

تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})\neq 0$

مثال

لتكن $\vec{u}(\sqrt{2}+1;1)$ و $\vec{v}(1;\sqrt{2}-1)$ و $\vec{w}(-1;\sqrt{2})$

أدرس استقامية $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ثم $\vec{u}$ و $\vec{w}$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر النقط $A\left(\frac{1}{2};3\right)$ و $B(-2;-2)$ و $C(1;4)$ ومتجهة $\vec{u}(1;3)$

1- أنشئ النقط A و B و C و المتجهة $\vec{u}$

2- حدد x حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}(x-2;5)$ مستقيميتان

3- بين أن النقط A و B و C مستقيمية

4- منظم متجهة

في مستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم

- إذا كان $\vec{u}(x;y)$ فان $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

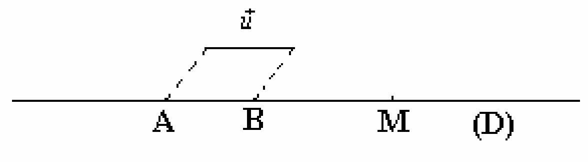
- إذا كان $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فان $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

II- المستقيم في المستوى

1- مستقيم معرف بنقطة ومتجهة

لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

نحدد (D) مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$; $t\in\mathbb{R}$



لنضع $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

* $(D)\neq\varnothing$ لان $B\in(D)$

* نعلم أن $\overrightarrow{AM}=t\overrightarrow{AB}$; $t\in\mathbb{R}$ تكافئ $M\in(AB)$

$(D)=(AB)$

(D) يسمى المستقيم المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$

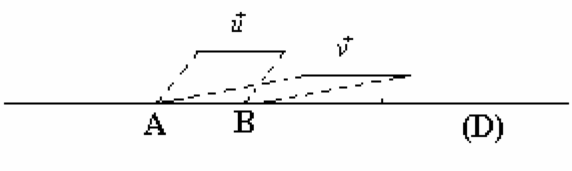
تعريف

لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$; $t\in\mathbb{R}$ هي المستقيم المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$ نرمز له بـ $D(A;\vec{u})$

ملاحظة

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير منعدمتين



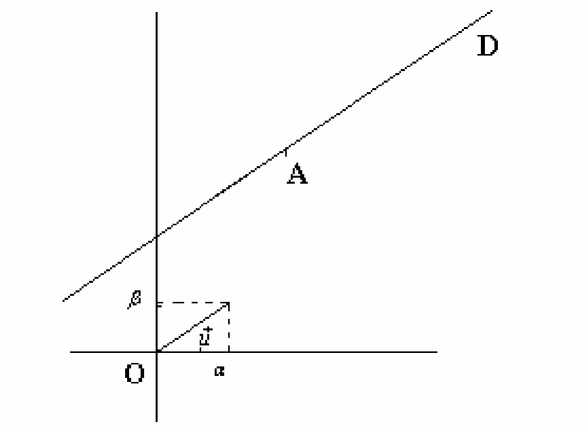
* إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين فان $D(A;\vec{u})=D(A;\vec{v})$

* إذا كان $B\in D(A;\vec{u})$ فان $D(A;\vec{u})=D(B;\vec{u})$

* $\overrightarrow{AB}$ موجهة للمستقيم (AB)

2- تمثيل بارامتري لمستقيم

في مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر (D) مستقيم مار من النقطة $A(x_0;y_0)$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجه له



$M\in(D)$ تكافئ توجد t من $\mathbb{R}$ حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$

تكافئ $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$

النظمة $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$ تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم (D) المار من $A(x_0;y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$

مبرهنة وتعريف

المستوى منسوب الى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ متجهة غير منعدمة و $A(x_0;y_0)$ نقطة.

كل مستقيم (D) مار من $A(x_0;y_0)$ وموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$ له نظمة على شكل $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$

النظمة $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$ تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم (D) المار من $A(x_0;y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$،

نعتبر النقط $A\left(-2;1\right)$ و $B\left(0;-2\right)$ و $C\left(1;4\right)$ ومتجهتين $\vec{u}\left(-2;3\right)$ و $\vec{v}\left(4;-6\right)$.

لتكن $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \end{cases}$ تمثيلا بارامتريا لمستقيم (Δ)

1- أنشئ المستقيم (D) المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$ و المستقيم (Δ)

2- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D)

ب- أعط ثلاث نقط تنتمي إلى المستقيم (D)

ج- هل النقطتين B و C تنتميان الى المستقيم (D)

3- أ- بين أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان

ب- حدد تمثيلا بارامتريا لـ $D\left(C;\vec{v}\right)$. ماذا تلاحظ

4- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AC)

ملاحظة

كل مستقيم يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية

3- معادلة ديكارتية لمستقيم

أ- مستقيم معرف بنقطة و متجهة

في مستوى (P) منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$،

نعتبر (D) مستقيم مار من النقطة $A\left(x_0;y_0\right)$ و $\vec{u}\left(\alpha;\beta\right)$ موجهة له.

لتكن $M\left(x;y\right)$ نقطة من (P)

$M\in(D)$ تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيميتان

تكافئ $\begin{vmatrix} x-x_0 & \alpha \\ y-y_0 & \beta \end{vmatrix} = 0$

تكافئ $\beta x-\alpha y+\alpha y_0-\beta x_0=0$

نضع $-\alpha=b$; $\beta=a$; $c=\alpha y_0-\beta x_0$

$M\in(D)$ تكافئ $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$

مبرهنة

في مستوى منسوب إلى معلم
كل مستقيم (D) له معادلة على شكل $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$.

* العكس

لتكن a و b و c اعداد حقيقية حيث $(a;b)\neq(0;0)$

لنحدد (D) مجموعة النقط $M\left(x;y\right)$ حيث $ax+by+c=0$

لنفرض أن $a\neq0$

(D) غير فارغة لأن $C\left(\frac{-c}{a};0\right)\in(D)$

لتكن $A\left(x_0;y_0\right)$ تنتمي الى (D) ومنه $ax_0+by_0+c=0$

وبالتالي $c=-ax_0-by_0$

$M\left(x;y\right)\in(D)$ تكافئ $ax+by+c=0$

تكافئ $ax+by-ax_0-by_0=0$

تكافئ $a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)=0$

تكافئ $\begin{vmatrix} x-x_0 & -b \\ y-y_0 & a \end{vmatrix} = 0$

تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}(-b;a)$ مستقيميتان

تكافئ $M \in D(A;\vec{u})$

مبرهنة

في مستوى منسوب إلى معلم مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c=0$
و$(a;b)\neq(0;0)$ هي المستقيم (D) الموجه بـ$\vec{u}(-b;a)$
المعادلة $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) الموجه بـ$\vec{u}(-b;a)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $\vec{u}(1;2)$.

لتكن $2x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية لمستقيم (D) و$t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \end{cases}$ تمثيل بارامتري لمستقيم (D')

1- حدد معادلة ديكارتية لمستقيم (Δ) مار من A و موجه بـ $\vec{u}$

2- أعط ثلاث نقط من المستقيم (D) و متجهة موجهة له.

3- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D'). أنشئ الشكل.

ملاحظة

* لكل عدد حقيقي غير منعدم k ، المعادلتان $ax+by+c=0$ و $akx+bky+kc=0$ متكافئين، فهما معادلتان لنفس المستقيم

* للمستقيم مالا نهاية من المعادلات المتكافئة.

ب- حالات خاصة

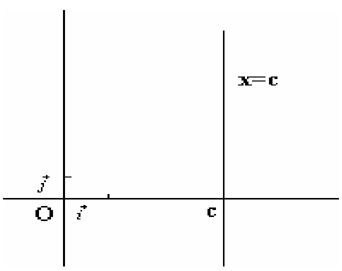
*** المستقيم القاطع لمحوري المعلم**

يقطع مستقيم (D) محوري معلم في نقطتين مختلفتين $A(a;0)$ و $B(0;b)$ إذا و فقط إذا كان للمستقيم (D) معادلة ديكارتية على شكل $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ حيث $a\neq0$ و $b\neq0$

*** المستقيم الموازي لمحور الأراتيب**

خاصية

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب اذا و فقط اذا كان له معادلة من نوع $x=c$



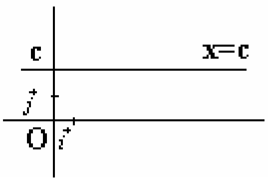
ملاحظة ليكن $(a;b)\neq(0;0)$

تكون $ax+by+c=0$ معادلة مستقيم مواز لمحور الأراتيب إذا و فقط إذا كان $b=0$

*** المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل**

خاصية

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب اذا و فقط اذا كان له معادلة من نوع $y=c$.



* المستقيم غير الموازي لمحور الأراتيب

(P) مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

$(D): ax+by+c=0$

(D) غير مواز لمحور الأراتيب تكافئ $b\neq 0$

إذن معادلة (D) تصبح $y=\frac{-b}{a}x-\frac{c}{a}$

نضع $m=\frac{-a}{b}$; $p=\frac{-c}{b}$ إذن معادلة (D) تكتب $y=mx+p$

بالعكس نعتبر $y=mx+p$ معادلة (D)

ومنه $\vec{u}(1;m)$ موجهة لـ (D) و لدينا $\det\left(\vec{u};\vec{j}\right)\neq 0$

إذن (D) لا يوازي محور الأراتيب.

خاصية

(P) مستوى منسوب إلى معلم

يكون المستقيم (D) غير مواز لمحور الأراتيب إذا وفقط إذا كانت معادلة (D) على شكل $y=mx+p$

العدد m يسمى المعامل الموجه للمستقيم (D)

المتجهة $\vec{u}(1;m)$ موجهة للمستقيم (D)

المعادلة $y=mx+p$ تسمى المعادلة المختزلة للمستقيم (D)

ملاحظة

اذا كان $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة لمستقيم غير مواز لمحور الأراتيب فان المعامل الموجه له هو العدد $\frac{\beta}{\alpha}$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$،

نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $t\in\mathbb{R}$ $(\Delta):\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2+t\end{cases}$.

1- حدد المعادلة المختزلة للمستقيم (D) المار من A و معامله الموجه $\frac{-1}{2}$.

2- حدد المعامل الموجه للمستقيم (Δ) ثم معادلته المختزلة.

III - الأوضاع النسبية لمستقيم

1- التوازي

$(D_1): ax+by+c=0$; $(D_2): a'x+b'y+c'=0$

$\vec{u}(-b;a)$ موجهة لـ (D_1) و $\vec{u}'(-b';a')$ موجهة لـ (D_2)

$(D_1)//(D_2)$ تكافئ $\det\left(\vec{u};\vec{u}'\right)=0$

تكافئ $ab'-a'b=0$

مبرهنة1

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$.

نعتبر $(D_1): ax+by+c=0$; $(D_2): a'x+b'y+c'=0$

$(D_1)//(D_2)$ اذا و فقط اذا كان $ab'-a'b=0$

مبرهنة2

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ و $(D_1): y=mx+p$; $(D_2): y=m'x+p'$

$(D_1)//(D_2)$ اذا و فقط اذا كان $m=m'$

مثال

$(D_1): 2x-3y+4=0 \quad ; \quad (D_2): -4x+6y+1=0$

هل (D_1) و (D_2) منفصلا أم منطبقان

2- التقاطع

مبرهنة1

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$.

نعتبر $(D_1): ax+by+c=0 \quad ; \quad (D_2): a'x+b'y+c'=0$

(D_1) و (D_2) متقاطعان اذا و فقط اذا كان $ab'-a'b\neq 0$

و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$

مبرهنة2

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(D_1): y=mx+p \quad ; \quad (D_2): y=m'x+p'$

(D_1) و (D_2) متقاطعان اذا و فقط اذا كان $m\neq m'$

و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases} y=mx+p \\ y=m'x+p' \end{cases}$

مثال $(D_1): x+3y-5=0 \quad ; \quad (D_2): 2x+y-1=0$

تأكد أن (D_1) و (D_2) متقاطعان وحدد تقاطعهما

3- التعامد

نشاط

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$.

نعتبر $(D_1): ax+by+c=0 \quad ; \quad (D_2): a'x+b'y+c'=0$

ليكن (Δ_1) الموازي لـ (D_1) و المار من O و (Δ_2) الموازي لـ (D_2) و المار من O

1- حدد معادلة ديكارتية لكل من (Δ_1) و (Δ_2) ثم تأكد أن $A(-b;a)\in(\Delta_1)$ و $A'(-b';a')\in(\Delta_2)$

2- اذا كان $(D_1)\perp(D_2)$ ، ما طبيعة المثلث OAA'

3- بين أن $(D_1)\perp(D_2)$ إذا وفقط إذا كان $aa'+bb'=0$

تذكير * $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

* ABC مثلث

ABC قائم الزاوية في A اذا وفقط اذا كان $BC^2=AB^2+AC^2$

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم م.م نعتبر

$(D'): a'x+b'y+c'=0 \quad (D): ax+by+c=0$ حيث $(a';b')\neq(0;0) \quad ; \quad (a;b)\neq(0;0)$

$(D)\perp(D')$ إذا و فقط إذا كان $aa'+bb'=0$

نتيجة

$(D'): y=m'x+p' \quad (D): y=mx+p$

$(D)\perp(D')$ إذا و فقط إذا كان $mm'=-1$

مثال نعتبر $(D'): 3x+2y+5=0 \quad (D): -2x+3y-1=0$

بين أن $(D)\perp(D')$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر $A(2;1)$ و $B(-1;3)$

و (D) مستقيم مار من A و موجه بـ $\vec{u}(2;3)$

بين أن $(D)\perp(AB)$

تمرين

ليكن ABC مثلثا و I و J و K نقط حيث I منتصف $[BC]$ و $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CK}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

ننسب المستوى إلى معلم $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

1- حدد إحداثيات النقط I و J و K

2- بين أن النقط I و J و K مستقيمية

3- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (IJ) ثم حدد معادلة ديكارتية له.

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، نعتبر النقطتين $A(-2;1)$ و $B(2;4)$ و $\vec{u}(5;2)$

و $(D):2x-3y+1=0$ و $(D_m):(m-1)x-2my+3=0$

1- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$

2- تأكد أن (D) و (Δ) متقاطعان و حدد تقاطعهما.

3- أ- حدد m حيث $(D)//(D_m)$

ب- حدد m حيث $(D)\perp(D_m)$

4- أ- أنشئ المستقيمات (D_0) ; (D_1) ; (D_2)

ب – بين أن جميع المستقيمات تمر من النقطة $C\left(3;\frac{3}{2}\right)$

تمرين

نعتبر $A(10;3)$; $B(6.7)$; $C(0;2)$

حدد معادلة ديكارتية لكل متوسط للمثلث ABC

حدد زوج إحداثيتي G مركز ثقل ABC.

تمرين

ليكن $ABCD$ و $EFGH$ متوازيي الأضلاع حيث $E\in[AB]$ و $G\in[AD]$

أثبت أن المستقيمات (BG) و (ED) و (CF) اما متوازية إما متقاطعة (يمكن اعتبار المعلم $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)$)