

سلسلة 1	المستقيم في المستوى- دراسة تحليلية حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي والتكنولوجيا
<b>تمرين 1:</b> $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $C(-2,-3)$		
<p>لدينا <math>ABCD</math> يعني <math>\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}</math> : تعني <math>\begin{cases} x_D - x_C = x_A - x_B \\ y_D - y_C = y_A - y_B \end{cases}</math> تعني <math>\begin{cases} x_D + 2 = 2 + 1 \\ y_D + 3 = 0 - 4 \end{cases}</math> تعني <math>\begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = -7 \end{cases}</math></p>		
<b><math>D(1; -7)</math></b> : بالتالي		
يمكنك استعمال متساوية متجهية مغايرة مثل: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ، لكن المتساوية أعلاه تجعل إيجاد الجهولي أسرع		
<b>تمرين 2:</b> $ABCD$ متوازي أضلاع، $\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$		
<p>لدينا: <math>\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}</math> و <math>\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}</math> منه: <math>\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA})</math></p> <p>وبما أن <math>ABCD</math> متوازي أضلاع فإن: <math>\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}</math> منه: <math>\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}</math></p> <p>بالتالي: النقط <math>A</math> و <math>C</math> و <math>F</math> مستقيمية</p>	1	
باعتبار المعلم $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ نجد أن: $A(0;0)$ (أصل المعلم) $B(1;0)$ (طرف وحدة محور الأفصيل) و $D(0;1)$ (طرف وحدة محور الأرتيب) و $C(1;1)$ لكون $ABCD$ متوازي أضلاع.		
<p>لدينا: <math>\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}</math> منه: <math>\begin{cases} x_E - x_A = \frac{-(x_D - x_A)}{2} \\ y_E - y_A = \frac{-(y_D - y_A)}{2} \end{cases}</math> منه: <math>\begin{cases} x_E - 0 = \frac{-(0-0)}{2} \\ y_E - 0 = \frac{-(1-0)}{2} \end{cases}</math> منه: <math>\begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = \frac{-1}{2} \end{cases}</math></p>	2	
<p>لدينا: <math>\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}</math> منه: <math>\begin{cases} x_F - x_E = \frac{x_A - x_B}{2} \\ y_F - y_E = \frac{y_A - y_B}{2} \end{cases}</math> منه: <math>\begin{cases} x_F - 0 = \frac{0-1}{2} \\ y_F + \frac{1}{2} = \frac{0-0}{2} \end{cases}</math> منه: <math>\begin{cases} x_F = \frac{-1}{2} \\ y_F = \frac{-1}{2} \end{cases}</math></p>	2	
<p>منه: <math>\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) = \overrightarrow{AC}(1;1)</math> و <math>\overrightarrow{AF}(x_F - x_A; y_F - y_A) = \overrightarrow{AF}(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2})</math> منه: <math>\det(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AF}) = \begin{vmatrix} 1 &amp; 1 \\ -1/2 &amp; -1/2 \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0</math></p> <p>منه المتجهتان <math>\overrightarrow{AC}</math> و <math>\overrightarrow{AF}</math> مستقيمتان، بالتالي النقط <math>A</math> و <math>C</math> و <math>F</math> مستقيمية.</p>		
<b>تمرين 3:</b> $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $I(0,3)$		
لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه $I$ يجب أن يكون $I$ منتصف قطريه $[AC]$ و $[BD]$		
<p>منه: <math>\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases}</math> و <math>\begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases}</math> منه: <math>\begin{cases} 0 = \frac{-1 + x_D}{2} \\ 3 = \frac{4 + y_D}{2} \end{cases}</math> و <math>\begin{cases} 0 = \frac{2 + x_C}{2} \\ 3 = \frac{0 + y_C}{2} \end{cases}</math> بالتالي: <math>\begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = 6 - 4 = 2 \end{cases}</math> و <math>\begin{cases} x_C = -2 \\ y_C = 6 \end{cases}</math> أي: <math>C(-2;6)</math> و <math>D(-1;2)</math></p>	منه:	

تمرين 4:  $A(2,3)$  و  $B(-5,2)$

لتكن نقطة  $M(x, y)$  من المستوى، لدينا:  $\overrightarrow{AB}(-7; -1)$  و  $\overrightarrow{AM}(x-2; y-3)$   
 $M \in (AB)$  يعني:  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = 0$  يعني:  $\begin{vmatrix} x-2 & y-3 \\ -7 & -1 \end{vmatrix} = 0$  يعني:  $-(x-2) + 7(y-3) = 0$   
 يعني:  $-x + 2 + 7y - 21 = 0$  بالتالي:  $(AB): -x + 7y - 19 = 0$

1

المعادلة الديكارتيّة لمستقيم ليست وحيدة، إذ يمكنك أن تجد أيضا:  $x - 7y + 19 = 0$  (AB): أو متساوية تكافؤها.

المستقيم (AB) يمر من  $A(2,3)$  وموجه بالمتجه:  $\overrightarrow{AB}(-7; -1)$ ، إذن:  $(AB): \begin{cases} x = 2 - 7k \\ y = 3 - k \end{cases} / k \in \mathbb{R}$

2

التمثيل البارامتري لمستقيم ليس وحيدا

تمرين 5:  $A(2,4)$  و  $\vec{u}(1,1)$ ،  $A(3,0)$  و  $\vec{u}(5,-7)$

لدينا  $A(2,4)$  و  $\vec{u}(1,1)$

لتكن نقطة  $M(x, y)$  من المستوى. لدينا:  $\overrightarrow{AM}(x-2; y-4)$  و  $\vec{u}(1,1)$   
 $M \in (D)$  يعني:  $\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$  يعني:  $\begin{vmatrix} x-2 & y-4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$  يعني:  $-(x-2) - (y-4) = 0$   
 يعني:  $-x + 2 - y + 4 = 0$  بالتالي:  $(D): -x - y + 6 = 0$  أو أيضا:  $(D): x + y - 6 = 0$

لدينا  $A(3,0)$  و  $\vec{u}(5,-7)$

لتكن نقطة  $M(x, y)$  من المستوى. لدينا:  $\overrightarrow{AM}(x-3; y)$  و  $\vec{u}(5,-7)$   
 $M \in (D)$  يعني:  $\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$  يعني:  $\begin{vmatrix} x-3 & y \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = 0$  يعني:  $-7(x-3) - 5y = 0$   
 يعني:  $-7x + 21 - 5y = 0$  بالتالي:  $(D): 7x + 5y - 21 = 0$

تمرين 6:

المستقيم  $(D): 2x + 5y + 2 = 0$  موجه بالمتجه:  $\vec{u}(-5; 2)$

المستقيم  $(D): y = -x + 1$  أي:  $(D): x + y - 1 = 0$  موجه بالمتجه:  $\vec{u}(-1; 1)$

المستقيم  $(D): x = 5y + 3$  أي:  $(D): x - 5y - 3 = 0$  موجه بالمتجه:  $\vec{u}(5; 1)$

المستقيم  $(D): \frac{x-9}{2} = \frac{y-7}{6}$  أي:  $(D): \frac{3(x-9)}{6} = \frac{y-7}{6}$  أي:  $(D): 3x - y - 20 = 0$  موجه بالمتجه:  $\vec{u}(1; 3)$

تذكر أنه إذا كان  $(D): ax + by + c = 0$  فإن:  $\vec{u}(a, b)$  هي متجهة موجهة له.

المتجهة الموجهة لمستقيم ليست وحيدة، بل عدة متجهات مستقيمية فيما بينها.

تمرين 7:  $A(-1,5)$  و  $B(0,4)$ ،  $(D): 2x - 3y - 7 = 0$

المستقيم (AB) يمر من  $A(-1,5)$  وموجه بالمتجه:  $\overrightarrow{AB}(1; -1)$ ، إذن:  $(AB): \begin{cases} x = -1 + k \\ y = 5 - k \end{cases} / k \in \mathbb{R}$

1

لدينا  $(D): 2x - 3y - 7 = 0$  موجه بالمتجه:  $\vec{u}(3,2)$  و  $\overrightarrow{AB}(1; -1)$

2

وبما أن:  $\det(\overrightarrow{AB}, \vec{u}) = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 3 = 5 \neq 0$  فإن  $\overrightarrow{AB}$  و  $\vec{u}$  غير مستقيمتين، و بالتالي  $(D)$  و  $(AB)$  غير متوازيين أي متقاطعان.

$$\begin{cases} x = -1 + k \\ y = 5 - k \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases}$$

لتحديد إحداثيتي نقطة التقاطع نحل النظام المكونة من معادلتَي  $(D)$  و  $(AB)$ ، أي:

نعوض تعبيرَي  $x$  و  $y$  في المتساوية الأخيرة

$$2(-1 + k) - 3(5 - k) - 7 = 0 \quad \text{أي: } -2 + 2k - 15 + 3k - 7 = 0 \quad \text{منه: } 5k - 24 = 0 \quad \text{منه: } k = \frac{24}{5}$$

$$\boxed{E\left(\frac{19}{5}; \frac{1}{5}\right)}$$

بالنظر إلى:  $\begin{cases} x = -1 + \frac{24}{5} = \frac{19}{5} \\ y = 5 - \frac{24}{5} = \frac{1}{5} \end{cases}$  نعوض هذه القيمة في التمثيل البارامتري لنجد:

3

لدراسة الوضع النسبي لمستقيمين نحسب محددة المتجهتين الموجهة لكل منهما.

لتحديد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظام المكونة من معادلتيهما الديكارتية أو تمثليهما البارامتريين أو معادلة ديكارتية لأحدهما وتمثيل بارامتري للأخر تبعاً للمعطيات.