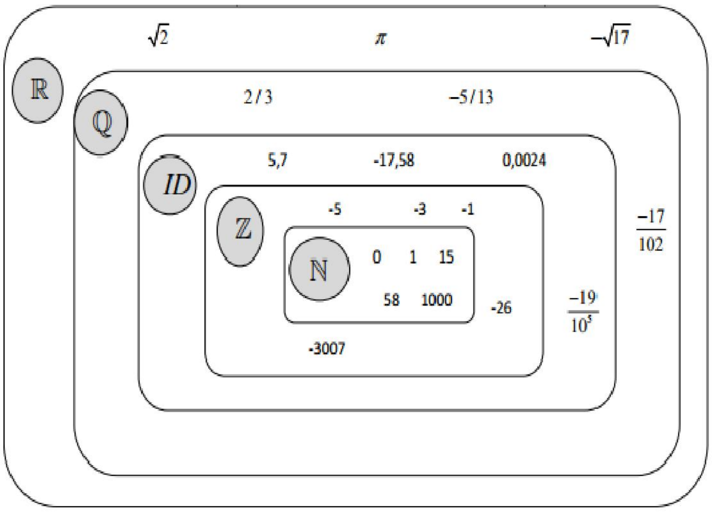
وادي الذهب الثانوية التأهيلية: الأستاذ : رشيد بلمو	مجموعات الأعداد	مستوى الدراسي: TCS - TCT عدد الساعات : 05

I. المجموعات $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, D , $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N}=\{0;1;2;\cdots\}$
- الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز
و نكتب: $\mathbb{Z}=\{\cdots-3;-2;0;1;2;3;\cdots\}$
- الأعداد العشرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث: $a\in\mathbb{Z}$ و $n\in\mathbb{N}$ تكون مجموعة نرمز لها بالرمز D
و نكتب: $D=\left\{\frac{a}{10^n}/a\in\mathbb{Z};n\in\mathbb{N}\right\}$
- الأعداد الجذرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث: $a\in\mathbb{Z}$ و $b\in\mathbb{N}^*$, تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.
و نكتب $\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}/a\in\mathbb{Z};b\in\mathbb{N}^*\right\}$
- الأعداد الجذرية و اللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.



أمثلة : استعمال الرموز: $\in;\notin;\subset;\not\subset$

العدد 7- هو عنصر من $\mathbb{Z}$ نكتب $-7\in\mathbb{Z}$ نقرأ:" 7- ينتمي الى $\mathbb{Z}$ " في حين 7- لا ينتمي الى $\mathbb{N}$ و نكتب $-7\notin\mathbb{N}$

- لدينا $\frac{2}{3}\in\mathbb{Q}$ و $\frac{2}{3}\notin D$ و ذلك لأنه لا يمكن كتابة $\frac{2}{3}$ على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a\in\mathbb{Z}$ و $n\in\mathbb{N}$.
- $\sqrt{2}\in\mathbb{R}$ لكن $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ لأنه لا يمكن ايجاد عددين صحيحين a و b بحيث $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ و b غير منعدم.
- كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$.
- ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة D ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $D\not\subset\mathbb{Z}$.
لأي هناك عناصر من D لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$. كذلك: كل عنصر من D هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $D\subset\mathbb{Q}$
- و كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$ لدينا اذن: $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset D\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$

تمرين : حدد طبيعة كل عدد من الأعداد التالية: $\sqrt{2}+3$, $\frac{6}{5}$, $-\frac{\sqrt{100}}{5}$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (تذكير)

1-الجمع في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

$a+b=b+a$ و $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$ و $a+0=0+a=a$ و $(-a)+a=a+(-a)=0$

2-الفرق في $\mathbb{R}$: $-a$ يسمى مقابل a و لدينا $a-b=a+(-b)$ و $-(a-b)=-a+b$

انتبه: إذا كان $\begin{cases}a=b\\c=d\end{cases}$ فان: $a+c=b+d$ و العكس غير صحيح: مثال مضاد: $3+9=7+5$ لكن $3\neq7$ و $3\neq5$.

3-الضرب في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

$a\times b=b\times a=ab=ba$ و $a(bc)=(ab)c=(ac)b=abc$ و $a\neq0;a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=\frac{a}{a}=1$

4-العمليات على الكسور: a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd\neq0$

$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ و $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ و $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ و $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ و $\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc};\begin{cases}c\neq0\\b\neq0\end{cases}$

$k\times\frac{a}{b}=\frac{ak}{b}$ و $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ و $\frac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b};bc\neq0$

** $\frac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a\neq0$ و يجب عدم الخلط بين المقلوب و المقابل.

** العدد $\frac{a}{b}$ حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}^*$. يسمى خارج العدد a على b. $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$

انتبه: إذا كان: $\begin{cases}a=b\\c=d\end{cases}$ فان: $ac=bd$

العكس غير صحيح: مثال مضاد: $2\times6=3\times4$ لكن $3\neq2$ و $6\neq4$.

a و b و c و d أعداد حقيقية حيث $bd\neq0$ (تعني $b\neq0$ و $d\neq0$). $\frac{a}{b}=c$ يكافئ $a=bc$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يكافئ $ad=bc$ و $\frac{a}{b}=1$ يكافئ $a=b$ و $\frac{a}{b}=0$ يكافئ $a=0$

انتبه:

إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فهذا لا يعني أن $a=c$ و $b=d$.

مثال مضاد: $\frac{4}{3}=\frac{8}{6}$ لكن $4\neq 8$ و $3\neq 6$.

**** تمرين تطبيقي : (04 - س)**

III. الجذور المربعة:

تعريف: ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x, العدد الحقيقي الموجب y.
بحيث $x=y^2$. و نكتب $\sqrt{x}=y$. و لدينا $\sqrt{x}=y$ يكافئ $x=y^2$ و $y\geq 0$.

أمثلة: $\sqrt{9}=3$; $\sqrt{(-7)^2}=7$; $\sqrt{(ab)^2}=ab$ اذا كان $ab\succ 0$

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا:

$(\sqrt{a})^n=\sqrt{a^n};n\in\mathbb{N}^*$ و $(\sqrt{a})^2=\sqrt{a^2}=a$ و $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}};b\succ 0$ و $\sqrt{\frac{1}{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a};a\succ 0$ و $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

اذا كان $x\geq 0$ و $y\geq 0$ فان $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ يكافئ $x=y$. و لدينا $\sqrt{x}=0$ اذا و فقط اذا كان $x=0$.

انتبه: $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{x^2+y^2}\neq x+y$

مثال مضاد: $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ و $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$ إذن $\sqrt{9+16}\neq\sqrt{9}+\sqrt{16}$

خاصية: لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\sqrt{x^2}=|x|$
$|x|$ تقرأ القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x و لدينا : $|x|=x$ اذا كان x موجبا و $|x|=-x$ اذا كان x سالبا

مثال : $|5|=5$ و $|-7|=-(-7)=7$

**** تمرين تطبيقي : (05 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

تعريف: ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n\in\mathbb{N}$.
$a^1=a;a^0=1$ و لدينا : $a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{\text{مرة العدد}}$ و $a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n=\underbrace{\frac{1}{a}\times\frac{1}{a}\times\cdots\times\frac{1}{a}}_{n\text{ من العوامل}}$

V. العمليات على القوى:

خاصيات : لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا: $a^n\times b^n=(ab)^n$ و $a^n\times a^m=a^{n+m}$ و $(a^n)^m=a^{nm}=(a^m)^n$

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ و $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}=\frac{1}{a^{m-n}}$

حالة خاصة: قوى العدد 10: $10^1=10$ و $10^0=1$ و $10^{-2}=0,01$ و $10^{-1}=0,1$ و $10^n=\underbrace{1000\cdots0}_{n};n\in\mathbb{N}$

$10^{-n}=\underbrace{0,000\cdots01}_{n};n\in\mathbb{N}$

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

** **الكتابة العلمية:** كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل $x=a\times 10^p$ حيث p ينتمي الى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1\leq a\prec 10$.
هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: اذا كان x عددا سالبا فان كتابته العلمية هي $x=-a\times 10^p$

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**

VI. متطابقات هامة النشر_ و التعمل القوى:

لكل a و b من $\mathbb{R}$ لدينا: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ و $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ و $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ و $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$

اذا كان a و b و k أعداد حقيقية فان $k(a+b)=ka+kb$ و $k(a-b)=ka-kb$ و $(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$

ملحوظة: ننشر $(a+b)(a+b)^2$ و $(a-b)(a-b)^2$ و نحصل على المتطابقتين الهامتين التاليتين:

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ و $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

مثال: أحسب: $A=(200520052006)^2-(200520052005\times 200520052007)$

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (13 - س)**