

### فرض منزلي رقم 1

1) لتكن  $a, b, c$  أعداد حقيقية موجبة مع

$a < b < c$  وبحيث  $2b = a + c$  بين أن

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{c}}$$

2) لتكن  $a, b, c$  أعداد حقيقية غير منعدمة و

بحيث:  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$  بين أن  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$

3) لتكن  $x, y, z$  ثلاث أعداد غير منعدمة ومختلفة

مشنى مشنى وتحقق  $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}$  بين أن

$$|xyz| = 1$$

### التمرين الثامن

1) حدد الأعداد الحقيقية  $x, y, z$  علما أنها متناسبة

مع الأعداد  $2, 5, 8$  وأن  $5x - 4y + 3z = 10,5$

2)  $a, b$  عدنان حقيقيان وبحيث:

$$(a-b)(3a-2b) = 2ab \quad \text{أحسب } \frac{a+b}{a-b}$$

3)  $a, b, c, d$  أعداد حقيقية وبحيث:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  بين

أن  $\frac{a}{ka+c} = \frac{b}{kb+d}$  لكل  $k$  من  $\mathbb{R}^*$

### التمرين التاسع

1) قارن العددين  $8\sqrt{3}$  و  $6\sqrt{5}$

2) قارن العددين  $\sqrt{6} + \sqrt{35}$  و  $\sqrt{10} + \sqrt{21}$

3)  $a, b$  عدنان حقيقيان موجبان قطعاً

بين أنه إذا كان  $a < b$  فإن  $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$

4)  $a, b$  عدنان حقيقيان موجبان قطعاً وبحيث:  $a > b$

بين أن  $\frac{b}{b+1} < \frac{a}{a+1}$

### التمرين العاشر

1)  $a, b, c$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً

أ. بين أن  $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

ب. استنتج أن  $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

ج. بين أن  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

2)  $a, b$  عدنان حقيقيان موجبان قطعاً مع  $a \leq b$

أ. بين أن  $a \leq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

ب. استنتج أن  $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{a+c} \leq \frac{a+b+c}{2}$

### التمرين الأول

بسط ما يلي:

$$x = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147}$$

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{363} + \sqrt{108} - \sqrt{300} + \frac{2}{\sqrt{12}} - 2\sqrt{\frac{75}{36}}$$

$$z = \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-2} + \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2}$$

### التمرين الثاني

اجعل مقامات الأعداد التالية أعداداً صحيحة طبيعية:

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}, \quad \frac{2-\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}}; \quad \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

### التمرين الثالث

1) أنشر  $(1-\sqrt{5})^2$  و  $(1+\sqrt{5})^2$

ثم بسط  $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

2) نضع  $A = \sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}$  أحسب  $A^2$  ثم

استنتج تبسيطا للعدد  $A$

### التمرين الرابع

1) أحسب  $(\sqrt{5}-3)^2$ ;  $(\sqrt{5}+3)^2$

2) بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي  $t$  يجب تحديده

بحيث  $(7+3\sqrt{5})(3-\sqrt{5})\sqrt{7-3\sqrt{5}} = t\sqrt{2}$

### التمرين الخامس

نضع  $a = \sqrt{12+3\sqrt{7}}$  و  $b = \sqrt{12-3\sqrt{7}}$  ونعتبر العددين

$X = a+b$ ;  $Y = b-a$

1) تحقق أن  $ab = 9$

2) أحسب  $X^2$ ;  $Y^2$  ثم استنتج تبسيطا لكل من

العددين  $X, Y$

3) تحقق أن  $a = \frac{X-Y}{2}$ ,  $b = \frac{X+Y}{2}$  و استنتج أن

$$b = \frac{\sqrt{42}-\sqrt{6}}{2}; \quad a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{42}}{2}$$

4) بسط العدد  $c = (\sqrt{7}-1)(4+\sqrt{7})\sqrt{4-\sqrt{7}}$

### التمرين السادس

بسط ما يلي:

$$x = (\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3)(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 3)\sqrt{5+2\sqrt{6}}$$

$$y = \sqrt{6-\sqrt{11}} - \sqrt{6+\sqrt{11}}$$

### التمرين السابع

ليكن  $a$  عدد حقيقي غير منعدم وبحيث:  $a + \frac{1}{a} = \sqrt{11}$

أحسب  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  ثم  $a^3 + \frac{1}{a^3}$