

التمرين الثامن

ناقش حسب قيم m حلول المعادلتين :

$$(2m-1)x+m+1=0 \quad (1)$$

$$(m^2-m)x+m-1=0 \quad (2)$$

التمرين التاسع

حل في \mathbb{R} ما يلي :

$$x^2-9 \leq 6(x-3)^2 \quad (2) \quad x^3 \geq 4x^2 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{2} \leq \frac{2}{x+1} \quad (4) \quad \frac{1}{x-1} > \frac{1}{2x+1} \quad (3)$$

التمرين العاشر

(1) قارن العددين $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$

(2) قارن العددين $\sqrt{3}+\sqrt{15}$ و $3+\sqrt{5}$

(3) بين أن $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{20} \leq 1$

(4) $a < b$, a , b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً مع $a < b$

$$\text{بين أن } \frac{a}{1+b^2} < \frac{b}{1+a^2}$$

(5) $a > b$, a , b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً وبحيث :

$$\text{بين أن } \sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \sqrt{b+1} - \sqrt{b}$$

التمرين الحادي عشر

حل في \mathbb{R} ما يلي :

$$|2x-3|-7=0 \quad (2) \quad |3x+1|+5=0 \quad (1)$$

$$|4x-1|-2|x-2|=0 \quad (3)$$

$$|x+2|-2x+1=0 \quad (4)$$

التمرين الثاني عشر

(1) a , b , c أعداد حقيقية موجبة قطعاً

$$\text{أ. بين أن } a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$\text{ب. استنتج أن } \frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc} \geq a + b + c$$

$$\text{أ. بين أن } (a+b)^2 \geq 4ab$$

$$\text{ب. استنتج أن } \frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+a} + \frac{ca}{c+a} \leq \frac{a+b+c}{2}$$

التمرين الثالث عشر

ليكن a , b عددين حقيقيين من \mathbb{R}^{+*} وبحيث :

$$a+b=1$$

$$(1) \text{ بين أن } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$$

$$(2) \text{ بين أن } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$$

التمرين الأول

بسط ما يلي :

$$x = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45}$$

$$z = \frac{\sqrt{13}+3}{\sqrt{13}-3} + \frac{\sqrt{13}-3}{\sqrt{13}+3} \quad \text{و} \quad y = 4\sqrt{27} - 5\sqrt{48} + 4\sqrt{45}$$

التمرين الثاني

$$\text{نضع } Z = \sqrt{5} - \sqrt{21} - \sqrt{5} + \sqrt{21}$$

(1) حدد إشارة Z و بين أن $Z^2 = 6$

(2) استنتج قيمة مبسطة للعدد Z

التمرين الثالث

$$(1) \text{ أنشر } (\sqrt{11}+5)^2 \text{ و } (\sqrt{11}-5)^2$$

$$\text{ثم بسط } X = \sqrt{36-10\sqrt{11}} + \sqrt{36+10\sqrt{11}}$$

$$(2) \text{ بسط العدد } Y = (3-\sqrt{11})(2+\sqrt{11})\sqrt{18+5\sqrt{11}}$$

التمرين الرابع

$$\text{نضع } a = \sqrt{17-12\sqrt{2}} \text{ و } b = \sqrt{17+12\sqrt{2}}$$

ونعتبر العددين $X = a+b$; $Y = b-a$

(1) تحقق أن $ab=1$

(2) أحسب X^2 ; Y^2

ثم استنتج تبسيطا لكل من X , Y

$$(3) \text{ تحقق أن } a = \frac{X-Y}{2} \text{ , } b = \frac{X+Y}{2}$$

$$\text{و استنتج أن } a = 3-2\sqrt{2} \text{ ; } b = 3+2\sqrt{2}$$

(4) أحسب و بسط :

$$x = (5\sqrt{2}-6)(3\sqrt{2}-2)\sqrt{17+12\sqrt{2}}$$

$$\text{و } y = (3+2\sqrt{2})\sqrt{17-12\sqrt{2}} - (3-2\sqrt{2})\sqrt{17+12\sqrt{2}}$$

التمرين الخامس

أنشرو بسط $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2$ ثم بسط العددين :

$$X = (\sqrt{6}+\sqrt{2})\sqrt{2-\sqrt{3}} + (\sqrt{6}-\sqrt{2})\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\text{و } Y = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

التمرين السادس

بسط ما يلي :

$$(1) \beta = (\sqrt{5}+\sqrt{2}-3)(\sqrt{5}-\sqrt{2}+3)\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

$$(2) \eta = (\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-2)\sqrt{\sqrt{3}+2}$$

التمرين السابع

ليكن x عدد حقيقي موجب قطعاً وبحيث :

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \text{ أحسب } x + \frac{1}{x} \text{ ثم } x^3 + \frac{1}{x^3}$$