الدوال العددية

دالة عددية لمتغير حقيقي و مجموعة تعريفها

لتكن $f : x \mapsto f(x)$ دالة عددية لمتغير حقيقي x .

- إذا كان $(f(x))$ موجودا (عنصرا من $\mathbb{R}$) فإننا نقول إن $f(x)$ هي صورة x بالدالة f .
- مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تقبل صورة بالدالة f و نرمز لها ب : D_f

التمثيل المبياني لدالة عددية

لتكن f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها و $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما في المستوى.

- التمثيل المبياني لدالة f و يسمى أيضا منحنى f نرمز له ب C_f و هو مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى بحيث : $x \in D_f$ و $y = f(x)$

تساوي دالتين

f و g دالتان عدديتان و D_f و D_g مجموعة تعريفهما .
نقول إن f و g متساويتان و نكتب $f = g$ إذا وفقط إذا كان $D_f = D_g$ و $f(x) = g(x)$ لكل x من D
(حيث $D = D_f = D_g$)

الدالة الزوجية و الدالة الفردية

لتكن f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها.

- f زوجية إذا وفقط إذا كان لكل x من D_f : $-x \in D_f$ و $f(-x) = f(x)$
- f فردية إذا وفقط إذا كان لكل x من D_f : $-x \in D_f$ و $f(-x) = -f(x)$

لتكن f دالة عددية و C_f منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- f زوجية يعني أن C_f متماثل بالنسبة لمحور الأراتيب
- f فردية يعني أن C_f متماثل بالنسبة لأصل المعلم

تغيرات دالة

f دالة عددية و I مجالا ضمن D_f.

- f تزايدية على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a \leq b$ فإن $f(a) \leq f(b)$
- f تزايدية قطعا على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a < b$ فإن $f(a) < f(b)$
- f تناقصية على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a \leq b$ فإن $f(a) \geq f(b)$
- f تناقصية قطعا على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a < b$ فإن $f(a) > f(b)$

f دالة عددية و I مجالا ضمن D_f.

- f رتيبة على I يعني f تزايدية أو تناقصية على I.
- f رتيبة قطعا على I يعني f تزايدية قطعا أو تناقصية قطعا على I.

f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها و a و b عنصران مختلفان من D_f

العدد $T = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ يسمى معدل تغير f بين a و b

لتكن f دالة عددية و $T = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ معدل تغيرها بين عنصرين مختلفين a و b من مجال I ضمن D_f

- إذا كان $T \geq 0$ فإن f تزايدية على I
- إذا كان $T > 0$ فإن f تزايدية قطعا على I
- إذا كان $T \leq 0$ فإن f تناقصية على I
- إذا كان $T < 0$ فإن f تناقصية قطعا على I

f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f متماثلة بالنسبة للعدد 0

ليكن I مجالا من $\mathbb{R}^+$ ضمن D_f و I' مماثل I بالنسبة للعدد 0

- في حالة f دالة زوجية ، لدينا :
  - إذا كانت f تزايدية على I فإنها تناقصية على I'
  - إذا كانت f تناقصية على I فإنها تزايدية على I'

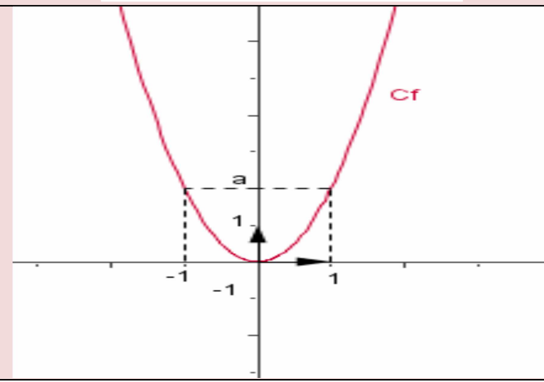
- في حالة f دالة فردية ، لدينا :
  f لها نفس منحى التغيرات على كل من I و I' .

دراسة و تمثيل الدالة $f : x \mapsto ax^2$ $(a \neq 0)$

ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ معلما متعامدا في المستوى ، التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto ax^2$ يسمى شلجما رأسه O و محوره هو محور الأراتيب .

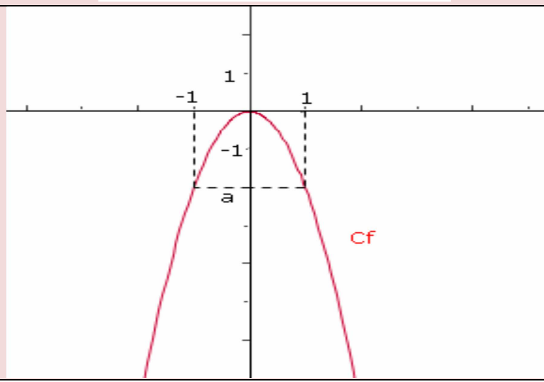
$a > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\searrow$



$a > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$



دراسة و تمثيل الدالة $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

نضع $\alpha = \dfrac{-b}{2a}$

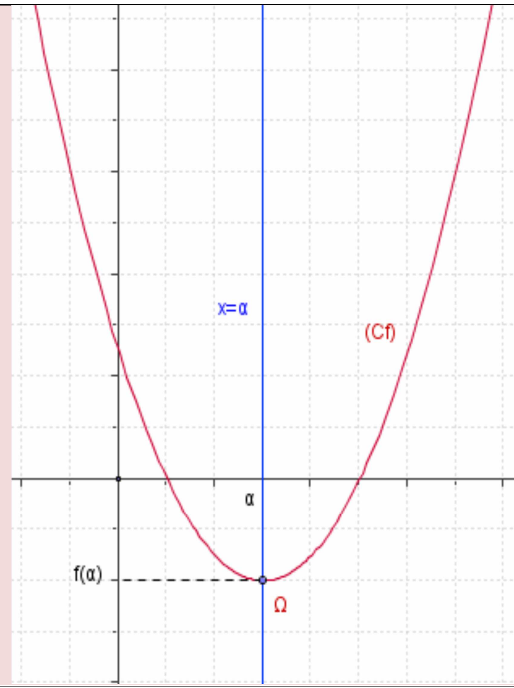
التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto ax^2 + bx + c$ عبارة عن شلجم رأسه $\Omega\left(\alpha, f(\alpha)\right)$ و محوره هو المستقيم الذي معادلته $x = \alpha$.

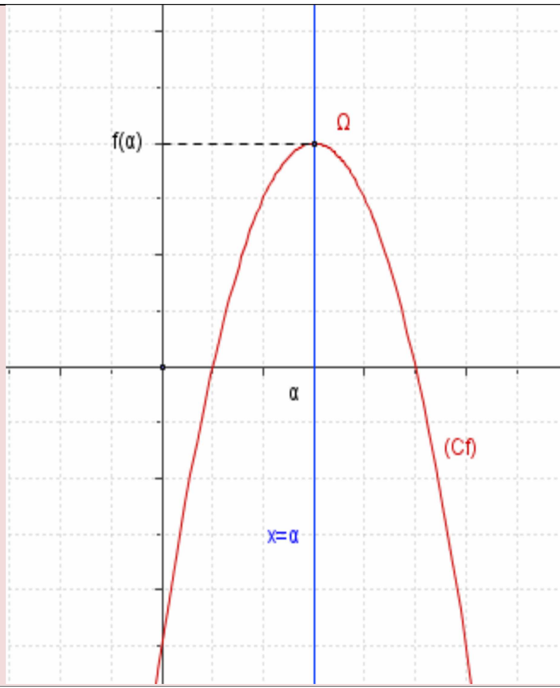
$a > 0$

x	$-\infty$	$-b/2a$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$f(-b/2a)$	$\nearrow$

$a > 0$

x	$-\infty$	$-b/2a$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$f(-b/2a)$	$\searrow$





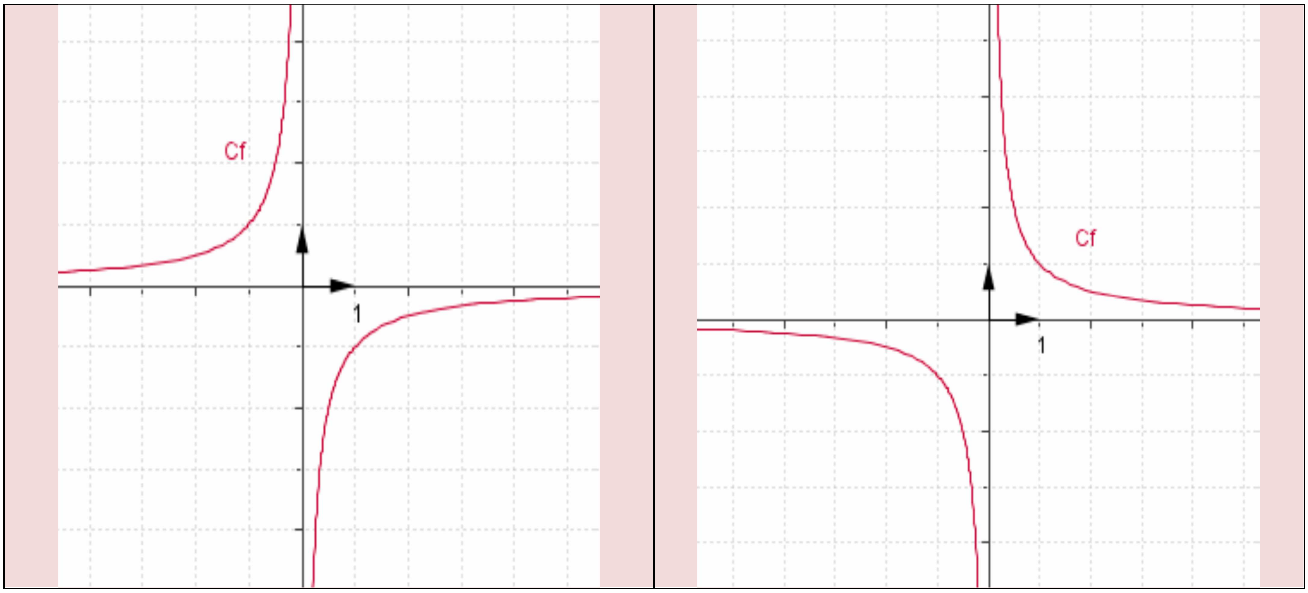
دراسة و تمثيل الدالة $f : x \mapsto \dfrac{a}{x} \quad (a \neq 0)$

ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلما متعامدا في المسوى ، التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto \dfrac{a}{x}$ يسمى هذلولا مركزه النقطة O و مقارباه هما محوري المعلم .

$a > 0$	$a > 0$
x: $-\infty$ ‖ 0 ‖ $+\infty$; $f(x)$: ↘ ‖ ↘	x: $-\infty$ ‖ 0 ‖ $+\infty$; $f(x)$: ↗ ‖ ↗

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗



دراسة و تمثيل الدالة $f : x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$

نعتبر الدالة $f : x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$

الدالة f تسمى دالة متخاطة

لدينا $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{-d}{c}\right\} = \left]-\infty, \dfrac{-d}{c}\right[\cup \left]\dfrac{-d}{c}, +\infty\right[$

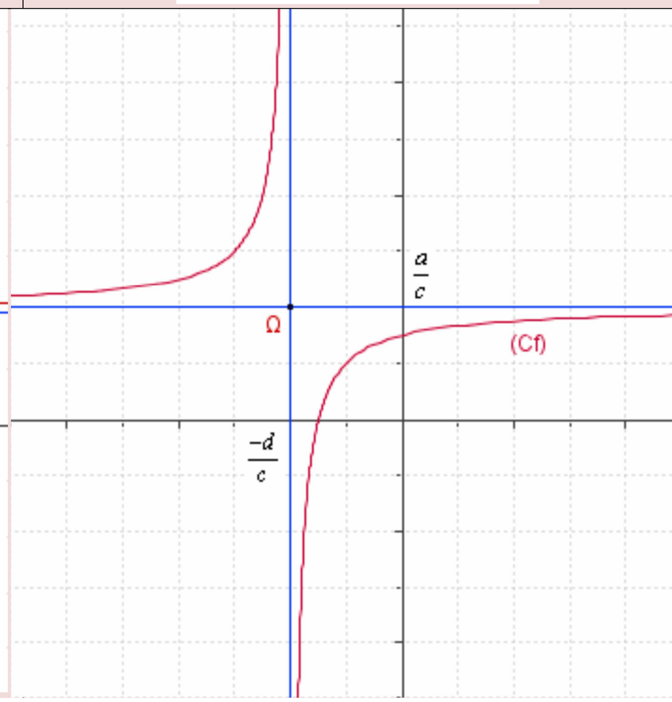
التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$ عبارة عن هذلول مركزه $\Omega\left(\dfrac{-d}{c}, \dfrac{a}{c}\right)$ و مقارباه هما المستقيمان اللذين معادلتاهما :

$x = \dfrac{-d}{c}$ و $y = \dfrac{a}{c}$

العدد $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ يسمى محددة الدالة $f : x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$

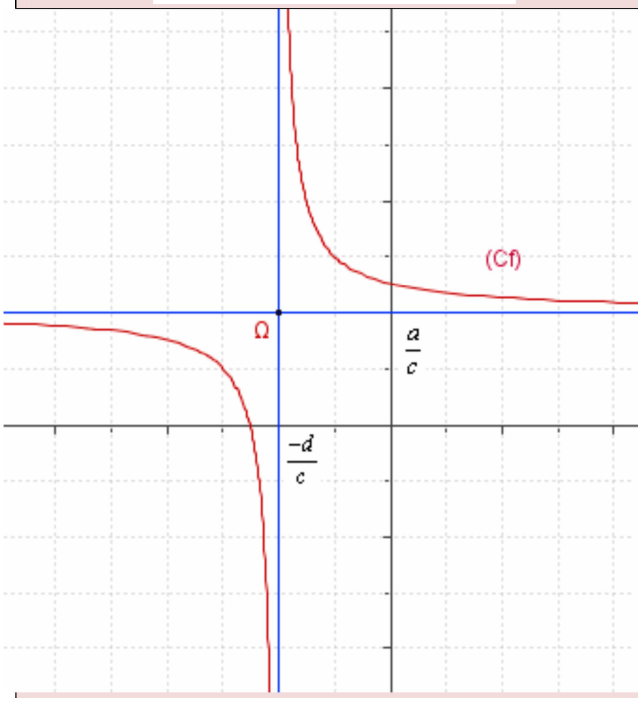
$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} > 0$

x	$-\infty$	$-d/c$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$



$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} < 0$

x	$-\infty$	$-d/c$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$

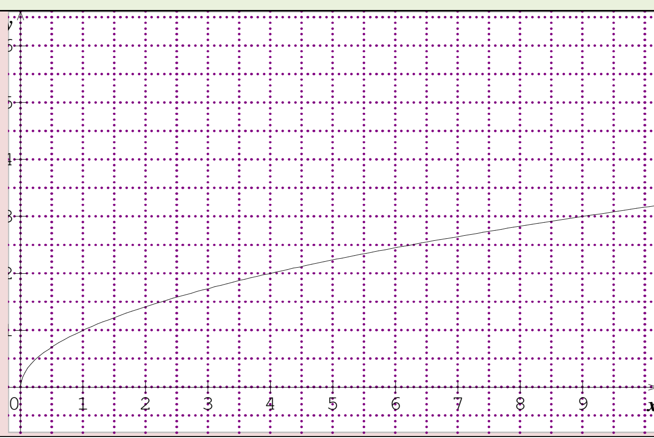


دراسة الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x}$

نعتبر الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x}$

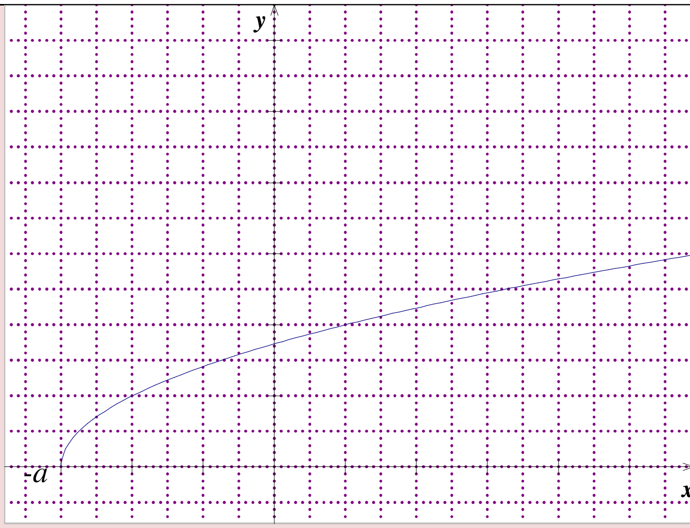
لدينا $D_f = \mathbb{R}^+ = [0,+\infty[$

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0 $\nearrow$	



دراسة الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+a}$

نعتبر الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+a}$
لدينا $D_f = [-a, +\infty[$



x	$-a \quad +\infty$
$f(x)$	$0 \nearrow$