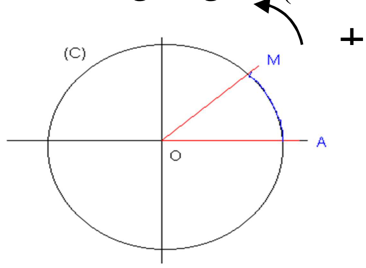
ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

توجيه المستوى:

لتكن (C) دائرة من المستوى (P) مركزها O, و لتكن I و M نقطتين من (C).ولدينا منحنيين للوصول إلى النقطة M انطلاقا من I . أحدهما موجب و الآخر سالب.
لقد تم اختيار المنحى الموجب هو المنحى المضاد لحركة عقربي الساعة (المنحى + المشار إليه في الشكل) و يسمى المنحى المثلثي.



الدائرة المثلثية:

الدائرة المثلثية هي كل دائرة شعاعها 1 مزودة بأصل و موجهة توجيها موجبا

لكل x من $\mathbb{R}$	$-1\le \sin x \le 1$, $-1\le \cos x \le 1$
لكل x من $\mathbb{R}$ لكل $k \in \mathbb{Z}$	$\cos(x+2k\pi)=\cos x$ $\sin(x+2k\pi)=\sin x$
لكل x من $\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ لدينا:	$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ $\tan(x+k\pi)=\tan x$

- اذا كانت $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ فان $\cos x\ge 0$
- اذا كانت $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ فان $\cos x\le 0$
- اذا كانت $0\le x\le\pi$ فان $\sin x\ge 0$
- اذا كانت $\pi\le x\le 2\pi$ فان $\sin x\le 0$

العلاقات بين النسب المثلثية لعدد:

- لكل x من $\mathbb{R}$ $\cos^2 x+\sin^2 x=1$
- لكل x من $\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$ $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

تعريف الراديان : (C) دائرة مثلثية مركزها O
الراديان هو قياس الزاوية المركزية التي تحصر على الدائرة (C) قوسا طوله 1 ونرمز له بالرمز : rad
ملاحظة : قياس زاوية مستقيمة بالدرجة 180° و الغراد 200 و بالراديان π
اذن وجدنا ثلاث وحدات لقياس الزوايا (الدرجة و الغراد والراديان) ويمكن استعمال الطريقة الثلاثية للتحويل من وحدة الى أخرى أو استعمال النتيجة التالية :
نتيجة : اذا كانت α و β و γ قياسات زاوية بالدرجة و الغراد والراديان على التوالي فان :

$$\frac{\alpha}{180°}=\frac{\beta}{200}=\frac{\gamma}{\pi}$$

الأفاصيل المنحنية لنقطة والأفصول المنحني الرئيسي:

لتكن (C) دائرة مثلثية أصلها A و مركزها O, و M نقطة من (C). ليكن α طول القوس الهندسية $\left[\widehat{IM}\right]$ $0\le\alpha\le 2\pi$.
العدد α يسمى أفصول منحنى للنقطة M. الأعداد الحقيقية $\alpha+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ هي أفاصيل منحنية للنقطة M. يوجد أفصول منحنى وحيد للنقطة M ينتمي إلى المجال $]-\pi,\pi]$ يسمى الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة M.

مثال: حدد الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة $M\left(\frac{9\pi}{2}\right)$

الجواب: _طريقة 1:_ $\frac{9\pi}{2}=\frac{8\pi+\pi}{2}=\frac{8\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=4\pi+\frac{\pi}{2}=2\times2\pi+\frac{\pi}{2}$
وبما أن : $-\pi<\frac{\pi}{2}\le\pi$ فان : $\frac{\pi}{2}$ هو الأفصول المنحنى الرئيسي

طريقة 2: $-\pi<\frac{9\pi}{2}+2k\pi\le\pi$ و $k\in\mathbb{Z}$ يعني
$-1<\frac{9}{2}+2k\le 1$ يعني $-1-\frac{9}{2}<-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}+2k\le 1-\frac{9}{2}$ يعني
$-\frac{11}{2}<2k\le-\frac{7}{2}$ يعني $-\frac{11}{2}\times\frac{1}{2}<2k\times\frac{1}{2}\le-\frac{7}{2}\times\frac{1}{2}$ يعني
$-\frac{11}{4}<k\le-\frac{7}{4}$ يعني $-2,7\simeq-\frac{11}{4}<k\le-\frac{7}{4}\simeq-1,7$
اذن : $k=-2$ ومنه

$$\alpha=\frac{9\pi}{2}+2(-2)\pi=\frac{9\pi}{2}-4\pi=\frac{9\pi-8\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$$

ومنه : $\frac{\pi}{2}$ هو الأفصول المنحنى الرئيسي للنقطة

	$-x$	$\pi-x$	$\pi+x$	$\frac{\pi}{2}-x$	$\frac{\pi}{2}+x$
$\cos x$	$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\sin x$	$-\sin x$
$\sin x$	$-\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\cos x$	$\cos x$
$\tan x$	$-\tan x$	$-\tan x$	$\tan x$	$\frac{1}{\tan x}$	$\frac{-1}{\tan x}$