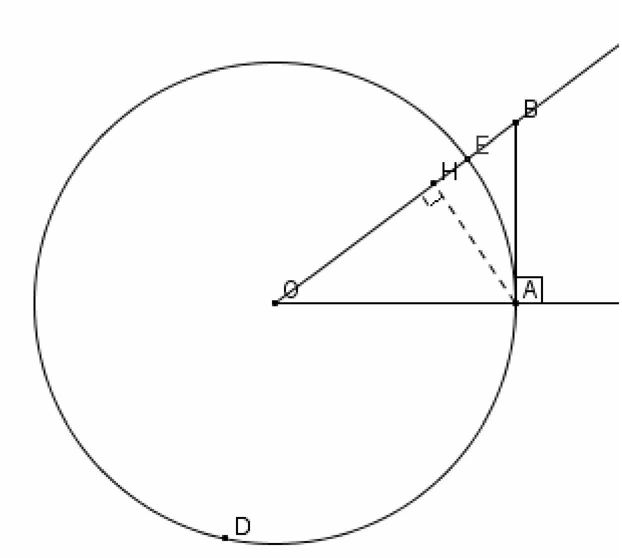
الحساب المثلثي – الجزء1

القدرات المنتظرة *- استعمال المحسبة العلمية لتحديد قيمة مقربة ازاوية محددة بأحد نسبها المثلثية والعكس. *- التمكن من النسب المثلثية للزوايا الاعتيادية وتطبيق مختلف العلاقات	الدورة الأولى 15 ساعة

I- تذكير و اضافات

1- أنشطة للتذكير

تمرين1



نعتبر الشكل التالي حيث $OA=4$ و $AB=3$ و H المسقط العمودي لـ A على (OB) :

1- أحسب OB

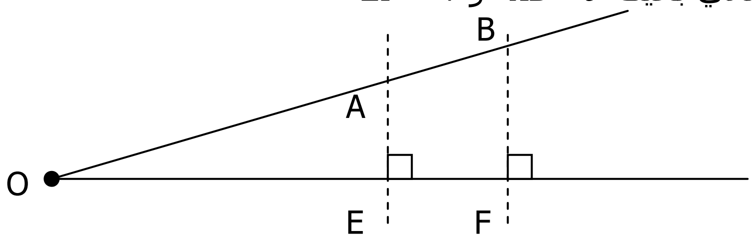
2- أ/ أحسب $\cos\left(\widehat{AOB}\right)$ ثم استنتج قيمة مقربة لقياس الزاوية $\left[\widehat{AOB}\right]$

ب/ استنتج المسافة OH

3- أحسب $\tan\left(\widehat{AOB}\right)$ ثم استنتج $\sin\left(\widehat{AOB}\right)$

تمرين2

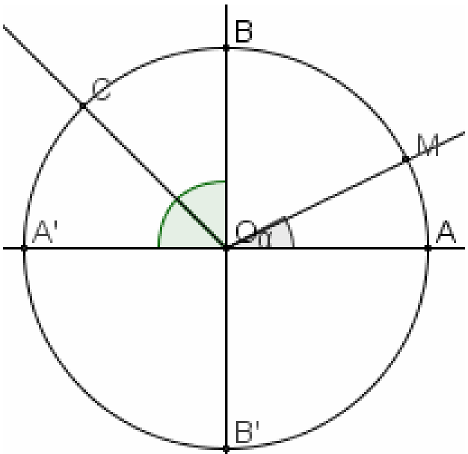
نعتبر الشكل التالي بحيث $AB=5$ و $EF=4$



أحسب $\cos\left(\widehat{AOE}\right)$ ثم استنتج $\sin\left(\widehat{AOE}\right)$

1- وحدات قياس الزوايا و الاقواس الهندسة – زاوية مركزية

1- أنشطة



لتكن (C) دائرة مركزها O و شعاعها R. نعتبر A و B و C و A' و B' و M نقط من (C) بحيث α قياس للزاوية الهندسية $\left[\widehat{AOM}\right]$ بالدرجة

1- اتمم الجدول التالي

الزاوية المركزية	$\left[\widehat{AOA'}\right]$	$\left[\widehat{AOB}\right]$	$\left[\widehat{AOC}\right]$	$\left[\check{AOB'}\right]$	$\left[\widehat{AOM}\right]$
قياس الزاوية المركزية بالدرجة					$\alpha°$
طول القوس الهندسية المرتبطة بها					l

2- بين أن $180°$ و $90°$ و $135°$ و $270°$ متناسبة πR و $\frac{\pi}{2}R$ و $\frac{3\pi}{4}R$ و $\frac{3\pi}{2}R$ على التوالي

3- حدد l بدلالة α و π و R

4- لتكن M' نقطة من (C) حيث طول القوس الهندسية $[AM']$ هو R.

حدد β قياس الزاوية المركزية $\left[\widehat{AOM'}\right]$ بالدرجة.

2- وحدات قياس الزوايا

لقياس الزوايا هناك ثلاث وحدات هي الدرجة و الغراد و الراديان.

أ/ تعريف الراديان

الراديان هو قياس زاوية مركزية، في دائرة شعاعها R ، تحصر قوسا دائرية طولها R .
نرمز لها بـ rd أو rad

ملاحظة $\pi rd = 200gr = 180^{\circ}$ (gr : يرمز للغراد)

ب/ نتيجة

إذا كان x قياس زاوية بالراديان و y قياسها بالدرجة و z قياسها بالغراد فان $\frac{x}{\pi} = \frac{y}{180} = \frac{z}{200}$

ج/ قياس قوس هندسية

قياس قوس هندسية هو قياس الزاوية المركزية التي تحصره.

د/ طول قوس هندسية

إذا كان α قياس قوس هندسية بالراديان، في دائرة شعاعها R ، فان طول هذه القوس هو αR.

ملاحظة

طول قوس هندسية، في دائرة شعاعها 1 هو قياس الزاوية المركزية التي تحصرها.

تمارين تطبيقية

تمرين1

اتمم الجدول التالي

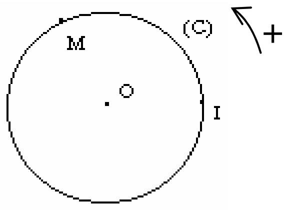
قياس زاوية بالدرجة	$90°$		$45°$	$30°$	$0°$
قياسها بالراديان		$\frac{\pi}{3}$			

تمرين2

ليكن ABC مثلثا متساوي الاضلاع حيث $AB = 5cm$ و نعتبر (C) الدائرة التي مركزه A و تمر من B. أحسب l طول القوس الهندسية المحصورة بالزاوية المركزية $\left[\widehat{BAC}\right]$

II- الدائرة المثلثية

1- توجيه دائرة - توجيه مستوى

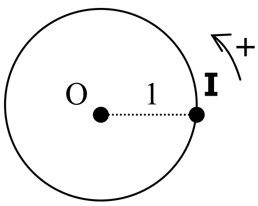


لتكن (C) دائرة مركزها O و شعاعها R و I نقطة من (C).
لو أردنا أن ننطلق من I لندور حول (C) ، لوجدنا أنفسنا أمام منحيين .
توجيه الدائرة (C) هو اختيار أحد المنحيين منحى موجبا (أو مباشرا)
و الآخر منحى سالبا (أو غير مباشر).
عادة نأخذ المنحى الموجب المنحى المعاكس لحركة عقارب الساعة .
النقطة I تسمى أصل الدائرة (C).

عندما توجه جميع دوائر المستوى توجيها موحدا فإننا نقول إن المستوى موجه.

2- الدائرة المثلثة

تعريف الدائرة المثلثية هي دائرة شعاعها1 مزودة بنقطة أصل و موجهة توجيها موجبا.



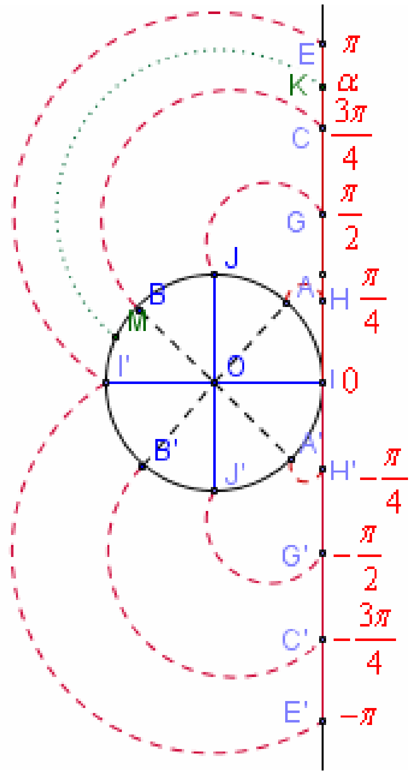
III– الأفاصيل المنحنية.

1- الأفصول المنحني الرئيسي لنقطة على الدائرة المثلثة

لتكن (C) دائرة مثلثية أصلها I. نعتبر المجال $]-\pi;\pi]$ حيث 0 أفصول I في المحور العمودي على (OI). حدد محيط الدائرة وشعاع الدائرة.

إذا لففنا القطعة الممثلة للمجال $]-\pi;\pi]$ على الدائرة (C) نلاحظ أن كل عدد α من $]-\pi;\pi]$ ينطبق مع نقطة وحيدة M من (C) و كل نقطة M من (C) تمثل عدد وحيد α من $]-\pi;\pi]$

العدد α يسمى الافصول المنحني الرئيسي لـ M



خاصية و تعريف

لتكن (C) دائرة مثلثية أصلها I.

كل نقطة M من (C) تمثل عدد وحيد α من $]-\pi;\pi]$ و كل عدد α من $]-\pi;\pi]$ يمثل نقطة وحيدة M من (C).

العدد α يسمى الافصول المنحني الرئيسي لـ M

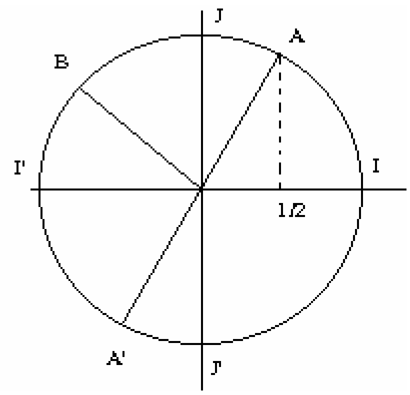
ملاحظة قياس الزاوية الهندسية $[\widehat{IOM}]$ هو $|\alpha|$ راديان

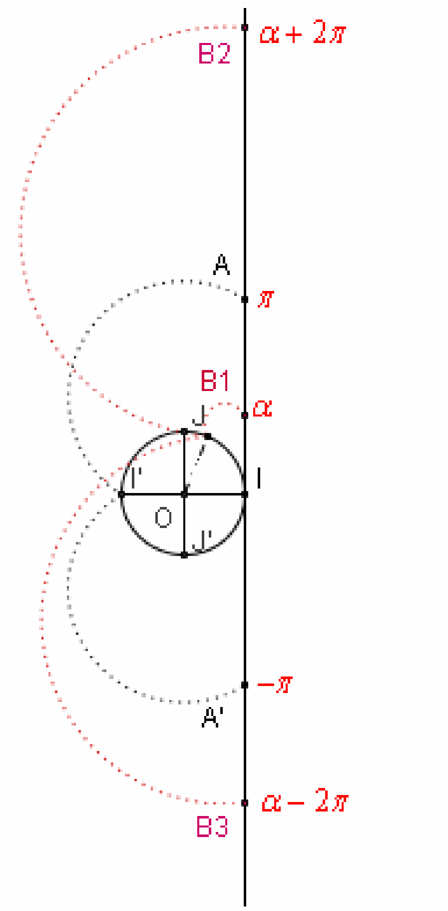
تمرين1

على دائرة مثلثية (C) أصلها I. أنشئ النقط A و B و C و D و E و F و G و H التي افاصيلها المنحنية الرئيسية هي $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{3\pi}{4}$ و $-\frac{\pi}{6}$ و $-\frac{\pi}{4}$ و $-\frac{\pi}{3}$ و $-\frac{3\pi}{4}$ على التوالي

تمرين2

(C) دائرة مثلثية أصلها I . حدد الأفاصيل المنحنية الرئيسية للنقط I;'I; J; 'J; A;'A; B الممثلة في الشكل كما يلي





2- الأفاصيل المنحنية لنقطة على الدائرة المثلثة

نعتبر (C) دائرة مثلثية أصلها I. نعتبر المحور $(\Delta)=D(I,E)$ حيث $(OI)\perp(\Delta)$.

لتكن نقطة M من (C) أفصولها المنحني الرئيسي α.

لنحدد كل الأعداد التي تنطبق مع M اذا لففنا المستقيم العددي على (C)

نلاحظ اننا اذا لففنا المستقيم العددي الممثل لـ $\mathbb{R}$ على (C) النقطة M تنطبق مع الأعداد

.... $\alpha+4\pi$; $\alpha+2\pi$; α ; $\alpha-2\pi$; $\alpha-4\pi$ ....

كل هذه الأعداد تسمى الأفاصيل المنحنية لنقطة M

نلاحظ أن هذه الأعداد تكتب بشكل عام عل شكل $\alpha+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

تعريف

لتكن M نقطة من دائرة مثلثية (C) أصلها I. و ليكن α أفصولها المنحني الرئيسي

كل عدد يكتب على الشكل $\alpha+2k\pi$ بحيث k عنصر من $\mathbb{Z}$ يسمى أفصولا منحنيا للنقطة M.

تمرين حدد الأفاصيل المنحنية للنقطتين A و B ذات الافصولين المنحنيين الرئيسيين $\frac{\pi}{5}$ و $-\frac{2\pi}{3}$ على التوالي

تمرين (C) دائرة مثلثية أصلها I .

نعتبر $\frac{34\pi}{3}$ أفصول منحنى لنقطة M . أنشئ M

ب- خاصيات

لتكن M نقطة من دائرة مثلثية (C) أصلها I. و ليكن α أفصولها المنحني الرئيسي

بين اذا كانx و y أفصولين منحنيين للنقطة M فانه يوجد عنصر λ من $\mathbb{Z}$ بحيث $x-y=2\lambda\pi$

خاصية - إذا كان x و y أفصولين منحنيين للنقطة M فانه يوجد عنصر λ من $\mathbb{Z}$ بحيث $x-y=2\lambda\pi$

و نكتب $x \equiv y \quad [2\pi]$ و نقرأ x يساوي y بترديد 2π.

- إذا كان x أفصول منحنى للنقطة M فان جميع الأفاصيل المنحنية للنقطة M تكتب على شكل $x+2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

تمرين حدد الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة التي إحدى أفاصيلها المنحنية $\alpha = \frac{-227\pi}{6}$

تمرين مثل على الدائرة المثلثية النقط $A;B;C$ التي أفاصيلها المنحنية على التوالي هي

$7\pi \quad ; \quad \frac{37\pi}{3} \quad ; \quad \frac{-108\pi}{12}$

تمرين أنشئ على الدائرة المثلثية النقط M_k التي أفاصيلها المنحنية $-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{3}$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

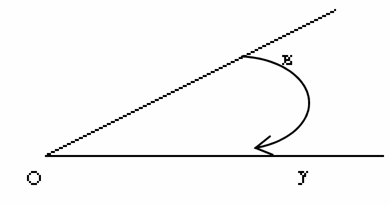
IV– الزوايا الموجهة

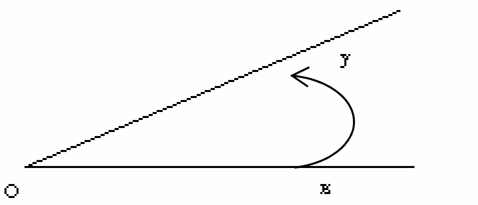
4- الزاوية الموجهة لنصفي مستقيم

أ- تعريف

في المستوى الموجه نعتبر $[O;x[$ و $[O;y[$ نصفي مستقيم لهما نفس الأصل

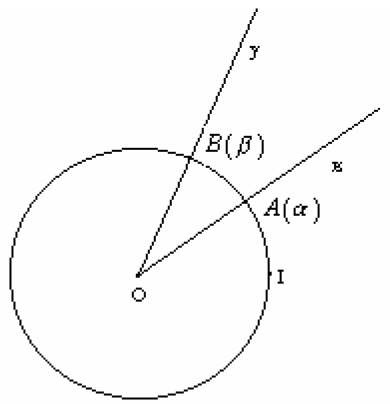
الزوج $([O;x[;[O;y[)$ يحدد زاوية موجهة لنصفي مستقيم و يرمز لها بالرمز $(\widehat{Ox;Oy})$





ب- قياسات زاوية موجهة لنصفي مستقيم

تعريف وخاصية



لتكن $(\widehat{Ox;Oy})$ زاوية موجهة لنصفي مستقيم ، و (C) دائرة مثلثية مركزها O ، A و B نقطتي تقاطع (C) و نصفي مستقيم $[O;x[$ و $[O;y[$ على التوالي

ليكن α و β أفصولين منحنيين للنقطتين A و B على التوالي .

العدد $\beta-\alpha$ يسمى قياسا للزاوية الموجهة $(\widehat{Ox;Oy})$.

كل عدد حقيقي يكتب على الشكل $\beta-\alpha+2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ يسمى قياسا للزاوية الموجهة $(\widehat{Ox;Oy})$.

نرمز لقياسات الزاوية $(\widehat{Ox;Oy})$ بالرمز $(\overline{Ox;Oy})$ نكتب $k \in \mathbb{Z} \quad (\overline{Ox;Oy}) = \beta-\alpha+2k\pi$

و نكتب أيضا $(\overline{Ox;Oy}) \equiv \beta-\alpha \quad [2\pi]$

خاصية و تعريف

لكل زاوية موجهة لنصفي مستقيم قياس وحيد ينتمي إلى المجال $]-\pi;\pi]$ يسمى القياس الرئيسي لهذه الزاوية الموجهة.

خاصية

إذا كان θ قياس للـزاوية الموجهة $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$ فان $\theta+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ قياس للزاوية $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$.

إذا كان α و β قياسين للزاوية الموجهة $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$ فان $\alpha-\beta\equiv 0 \quad 2\pi$

أي $(k\in\mathbb{Z}/ \quad \alpha-\beta=2k\pi)$

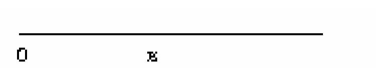
ملاحظات

* إذا كان M نقطة من دائرة مثلثية أصلها I و مركزها O فان الأفاصيل المنحنية للنقطة M هي قياسات الزاوية الموجهة $(\widehat{\overline{OI};\overline{OM}})$ و أن الافصول المنحني الرئيسي لـ M هو القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\widehat{\overline{OI};\overline{OM}})$

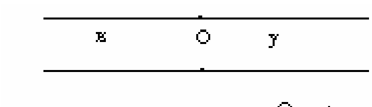
* القيمة المطلقة للقياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$ هي قياس الزاوية الهندسية $(\widehat{xOy})$.

بعض الزوايا الخاصة

الزاوية المنعدمة $(\overline{Ox};\overline{Ox})\equiv 0 \quad [2\pi]$

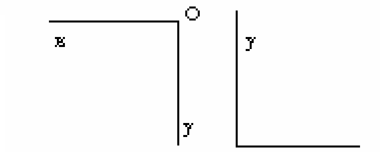


الزاوية المستقيمة $(\overline{Ox};\overline{Oy})\equiv \pi \quad [2\pi]$ $(\overline{Oy};\overline{Ox})\equiv \pi \quad [2\pi]$



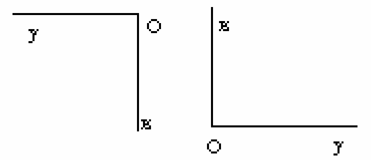
الزاوية القائمة - $(\overline{Ox};\overline{Oy})\equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

الزاوية $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$ زاوية قائمة موجبة



- $(\overline{Ox};\overline{Oy})\equiv -\frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

الزاوية $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$ زاوية قائمة سالبة.



تمرين

1- بين أن القياسات التالية تمثل قياسات نفس الزاوية $\frac{601\pi}{6}$; $\frac{-143\pi}{6}$; $\frac{25\pi}{6}$

2- ما هو القياس الرئيسي لزاوية موجهة قياسها أحد القياسات 47π ; -36π ; $\frac{52\pi}{5}$; $-\frac{25\pi}{3}$

3- أنشئ زاوية موجهة $(\widehat{\overline{Ox};\overline{Oy}})$ قياسها $\frac{-234\pi}{5}$.

تمرين أنشئ ABC مثلث متساوي الأضلاع حيث $(\overline{AB};\overline{AC})\equiv -\frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$

ج- علاقة شال ونتائجها

علاقة شال

إذا كان $[O;x[$ و $[O;y[$ و $[O;z[$ ثلاثة أنصاف مستقيم لها نفس الأصل فان

$$(\overline{Ox};\overline{Oy})+(\overline{Oy};\overline{Oz})\equiv(\overline{Ox};\overline{Oz}) \quad [2\pi]$$

نتائج

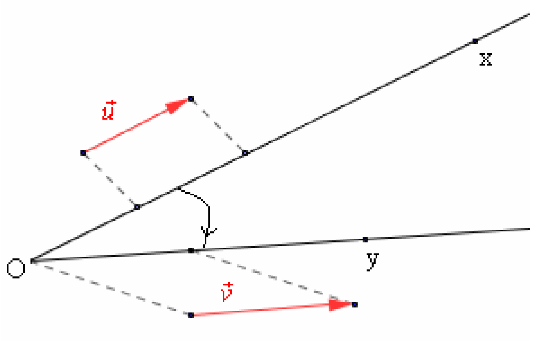
* اذا كان $[O;x[$ و $[O;y[$ نصفي مستقيم فان $(\overline{Ox};\overline{Oy})\equiv -(\overline{Oy};\overline{Ox}) \quad [2\pi]$

* اذا كان $[O;x[$ و $[O;y[$ و $[O;z[$ ثلاثة أنصاف مستقيم تحقق $(\overline{Ox};\overline{Oy})\equiv(\overline{Ox};\overline{Oz}) \quad [2\pi]$ فان $[O;x[$ و $[O;y[$ نصفي مستقيم منطبقان.

و هذا يعني أنه اذا كان $[Ox[$ نصف مستقيم و α عددا حقيقيا فانه يوجد نصف مستقيم وحيد $[O;y[$ بحيث $\left(\widehat{Ox;Oy}\right) \equiv \alpha \quad [2\pi]$.

د- زاوية زوج متجهتين غير منعدمتين

تعريف



لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين من المستوى الموجه. و $[O;x[$ و $[O;y[$ نصفي مستقيم موجهين على التوالي بالمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

زاوية زوج المتجهتين $(\vec{u};\vec{v})$ هي الزاوية الموجهة $\left(\widehat{Ox;Oy}\right)$

و يرمز لها بالرمز $\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)$.

ملاحظة

مجموعة قياسات الزاوية $\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)$ هي مجموعة قياسات الزاوية $\left(\widehat{Ox;Oy}\right)$.

علاقة شال ونتائجها

علاقة شال

إذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاثة متجهات غير منعدمة فان

$$\left(\overline{\vec{u};\vec{v}}\right) + \left(\overline{\vec{v};\vec{w}}\right) \equiv \left(\overline{\vec{u};\vec{w}}\right) \quad [2\pi]$$

نتائج

* اذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين فان $\left(\overline{\vec{u};\vec{v}}\right) \equiv -\left(\overline{\vec{u};\vec{v}}\right) \quad [2\pi]$

* اذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاثة متجهات غير منعدمة تحقق $\left(\overline{\vec{u};\vec{v}}\right) \equiv \left(\overline{\vec{u};\vec{w}}\right) \quad [2\pi]$ فان $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مستقيميتين ولهما نفس المنحى.

تمرين

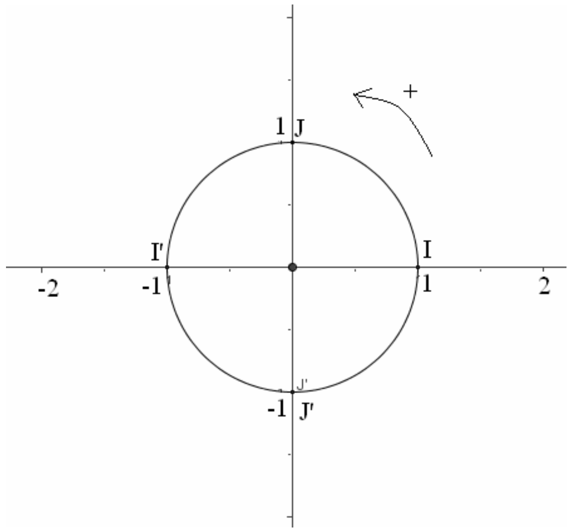
لتكن (C) دائرة مثلثية مركزها O و أصلها I. نعتبر على (C) النقط التالية المعرفة بأفاصيلها المنحنية $A(\pi)$ $\quad B\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ $\quad E\left(\frac{23\pi}{4}\right)$ $\quad F\left(\frac{-17\pi}{3}\right)$

أعط قياسا لكل من الزوايا التالية ، ثم حدد القياس الرئيسي لكل منهن

$\left(\overline{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OA}}\right)$; $\left(\overline{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OA}}\right)$; $\left(\overline{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}}\right)$; $\left(\overline{\overrightarrow{OE};\overrightarrow{OF}}\right)$

V - النسب المثلثة

1- المعلم المتعامد الممنظم المرتبط بالدائرة المثلثة



لتكن (C) دائرة مثلثية مركزها O و أصلها I .

ولتكن J من (C) بحيث $\left(\widehat{OI;OJ}\right)$ زاوية قائمة موجبة

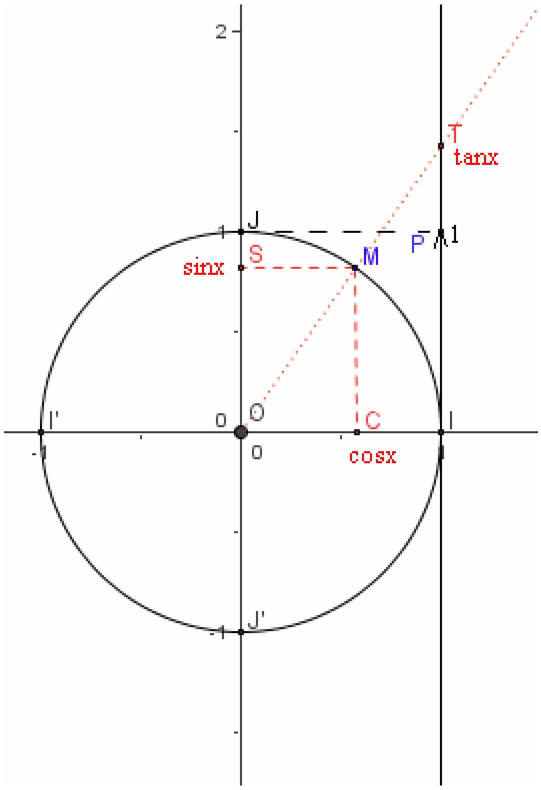
المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ يسمى المعلم المتعامد الممنظم المباشر المرتبط بالدائرة المثلثة (C).

لتكن J' من (C) بحيث $\left(\widehat{OI;OJ'}\right)$ زاوية قائمة سالبة .

المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ'}\right)$ يسمى المعلم المتعامد الممنظم الغير المباشر المرتبط بالدائرة المثلثة (C).

2- النسب المثلثة

1-2 تعاريف



لتكن (C) دائرة مثلثة و $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ المعلم المتعامد الممنظم المرتبط بها. لتكن M نقطة من (C) و x أفصولا منحنيا لها . نعتبر C المسقط العمودي لـ M على (OI) و S المسقط العمودي لـ M على (OJ)

*- العدد الحقيقي أفصول النقطة M في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ يسمى جيب تمام العدد الحقيقي x نرمز له بـ $\cos x$

*- العدد الحقيقي أرتوب النقطة M في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ يسمى جيب العدد الحقيقي x . نرمز له بـ $\sin x$

*- ليكن Δ المماس لـ (C) عند I و النقطة $P(1;1)$.
لتكن T نقطة تقاطع (OM) و Δ أي

$x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$

العدد الحقيقي أفصول T في المعلم $(I;P)$ يسمى ظل العدد الحقيقي x نرمز له بـ $\tan x$.

ملاحظة و اصطلاحات

- إذا كان x أفصول منحنى لنقطة M فان $M(\cos x;\sin x)$

- الدالة $\begin{array}{l}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\to\cos x\end{array}$ تسمى دالة جيب التمام حيز تعريفها $\mathbb{R}$ يرمز لها بـ $\cos$
- الدالة $\begin{array}{l}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\to\sin x\end{array}$ تسمى دالة الجيب حيز تعريفها $\mathbb{R}$ يرمز لها بـ $\sin$
- الدالة $\begin{array}{l}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\to\tan x\end{array}$ تسمى دالة الظل حيز تعريفها $\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ يرمز لها بـ $\tan$

2-2 خاصيات

*- كيفما كان وضع M نقطة من (C) أفصولها منحى x النقطة C تنتمي الى القطعة $[II']$ و S تنتمي الى $[JJ']$ حيث $J(0;1)$; $J'(0;-1)$; $I'(-1;0)$; $I(1;0)$

لكل $x\in\mathbb{R}$ $\quad -1\le\sin x\le 1 \quad -1\le\cos x\le 1$

*- لكل $x\in\mathbb{R}$ $\quad \cos^2 x+\sin^2 x=1$

*- لكل $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ $\quad \tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$

*- نعلم أن جميع الأعداد الحقيقية التي تكتب $x+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ، أفاصيل منحنية لنفس النقطة M

لكل $x\in\mathbb{R}$ $\quad \sin(x+2k\pi)=\sin x \quad ; \quad \cos(x+2k\pi)=\cos x$

- مهما كانت $(x+k\pi)$ M لدينا أفصـــول T هو $\tan x$

لكل $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ $\quad \tan(x+k\pi)=\tan x$

حالة خاصة لكل $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ $\quad \tan(x+\pi)=\tan x$

*- بتوظيف الدائرة المثلثية نحصل على

- $\sin(-x) = -\sin x \quad ; \quad \cos(-x) = \cos x$ لكل $x \in \mathbb{R}$

نعبرعن هذا بقولنا ان الدالة cos زوجية و أن الدالة sin فردية.

- $\tan(-x) = -\tan x$ لكل $x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$

نعبر عن هذا بقولنا ان الدالة tan فردية.

- $cos(\pi - x) = -\cos x \quad ; \quad \sin(\pi - x) = \sin x$ لكل $x \in \mathbb{R}$
- $cos(\pi + x) = -\cos x \quad ; \quad \sin(\pi + x) = -\sin x$ لكل $x \in \mathbb{R}$
- $cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad ; \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ لكل $x \in \mathbb{R}$
- $cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \quad ; \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ لكل $x \in \mathbb{R}$

2-3- نسب مثلثة اعتيادية

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tanx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

تمارين

تمرين1 أحسب $\sin\frac{-7\pi}{2} \quad ; \sin\frac{53\pi}{6} \quad ; \cos\frac{-37\pi}{4} \quad ; \cos\frac{34\pi}{3}$

تمرين2 أ- حدد $1 + \cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{2\pi}{6} + ... + \cos\frac{11\pi}{6}$

ب- بسط $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{27\pi}{2} - x\right) + \sin(3\pi + x) - \cos(7\pi - x)$