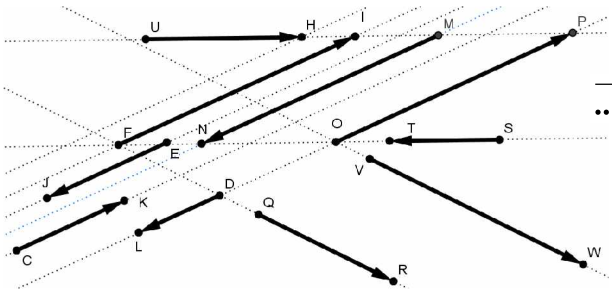
الجذع مشترك علمي

الحساب المتجهي: تساوي متجهتين/ استقامية متجهتين

1. خصائص المتجهة تساوي متجهتين:



المتجهات التي لها نفس اتجاه المتجهة $\overrightarrow{MN}$ هي :

$\overrightarrow{FI}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$

المتجهات التي لها نفس اتجاه ومنحى المتجهة $\overrightarrow{MN}$ هي :

$\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$

المتجهات التي لها نفس اتجاه $\overrightarrow{MN}$ ومنحى معاكس لمنحى

المتجهة $\overrightarrow{MN}$ هي : $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$

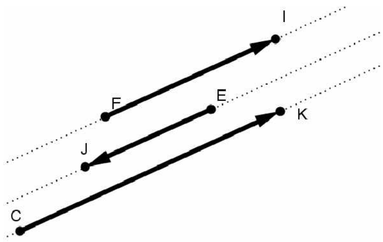
المتجهات التي لها نفس منظم المتجهة $\overrightarrow{MN}$ هي : $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$ ؛ $\overrightarrow{......}$

المتجهة التي لها نفسخصاءص المتجهة $\overrightarrow{MN}$ هي : $\overrightarrow{......}$ نستنتج أن : $\overrightarrow{......} = \overrightarrow{MN}$

المتجهتين المستقيميتين	المتجهتين المتقابلتين	المتجهتين المتساويتين
$\vec{U}$ و $\vec{V}$ مستقيميتان يعني أن لهما نفس الإتجاه ويعني كذلك أن: $\vec{V} = k.\vec{U}$ أو $\vec{U} = k'.\vec{V}$	$\vec{U}$ و $\vec{V}$ متقابلتان يعني أن لهما نفس الإتجاه و منحيان متعاكسان ويعني كذلك أن: $\vec{U} = -\vec{V}$ أو $\vec{V} = -\vec{U}$	$\vec{U}$ و $\vec{V}$ متساويتان يعني أن لهما نفس الإتجاه و نفس المنحى ونفس المنظم ويعني كذلك أن: $\vec{U} = \vec{V}$

2. خصائص المتجهتين المستقيميتين:

- $\vec{U} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{V} = \overrightarrow{EF}$ مستقيميتان غير منعدمتان يعني أن لهما نفس الإتجاه وهذا يعني أن المستقيمان (AB) و (EF) متوازيان.



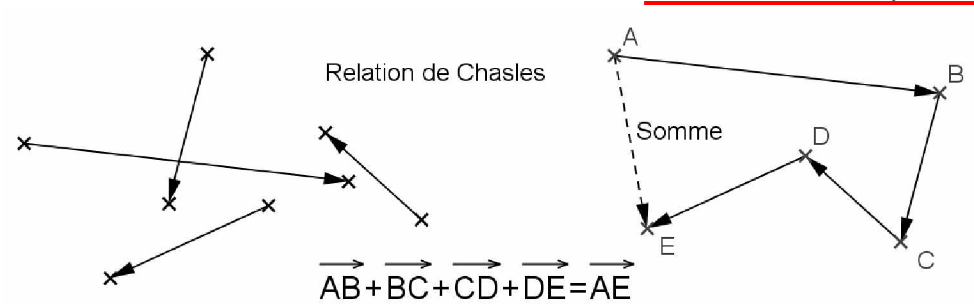
- $\vec{U} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{V} = \overrightarrow{EF}$ مستقيميتان غير منعدمتان يعني أن $\vec{V} = k.\vec{U}$ لدينا:

a) $\|\vec{V}\| = |k|.\|\vec{U}\|$ أي أن $EF = |k|.AB$

b) إذا كان $k > 0$ فإن $\vec{U}$ و $\vec{V}$ لهما نفس المنحى

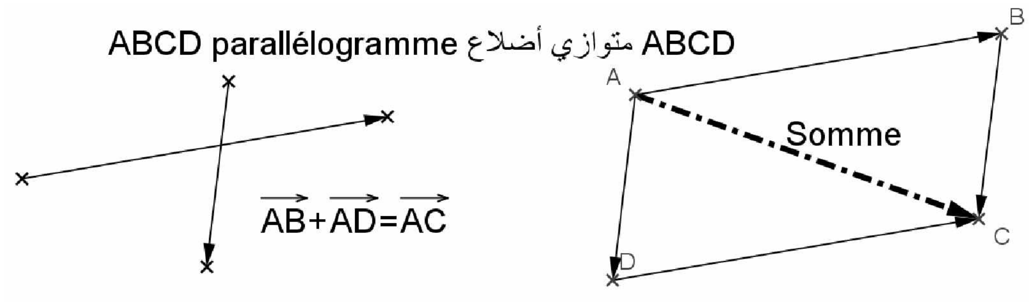
و إذا كان $k < 0$ فإن $\vec{U}$ و $\vec{V}$ لهما منحيان متعاكسان

3. جمع المتجهات / علاقة شال:

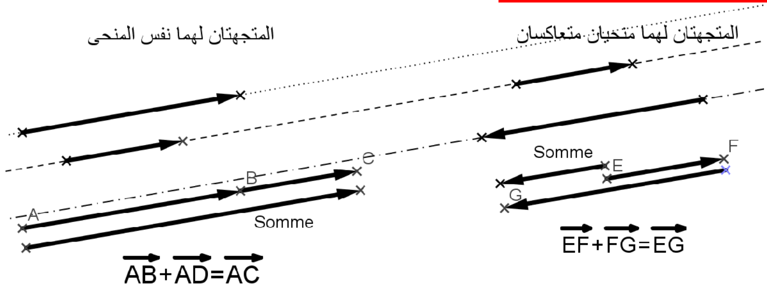


4. حالة متجهتين غير مستقيميتين:

الحساب المتجهي: تساوي متجهتين/ استقامية متجهتين

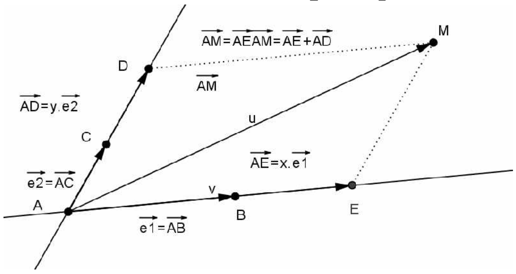


5. حالة متجهتين غير مستقيميتين :



6. المعلم في المستوى :

كل متجهتان غير منعدمتان و غير مستقيميتان $\vec{e}_1$ و $\vec{e}_2$ يكونان أساسا للمستوى المتجهي باختيارنا لنقطة ثابتة A من المستوى نحصل على



معلم للمستوي النقطي نرمز له $(A\ ,\ \vec{e}_1\ ,\vec{e}_2)$

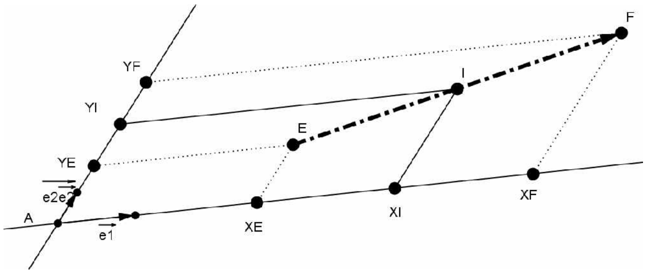
نقول أن (x,y) **هو زوج إحداثيتي النقطة** M ونكتب $M(x,y)$ أو $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ في المعلم $(A\ ,\ \vec{e}_1\ ,\vec{e}_2)$ إذا وفقط إذا تحقق الشرط

$$\overrightarrow{AM} = x.\vec{e}_1 + y.\vec{e}_2$$

7. إحداثيات متجهة / إحداثيات المنتصف :

في المعلم $(A\ ,\ \vec{e}_1\ ,\vec{e}_2)$ نعتبر النقط $E\begin{pmatrix} x_E \\ y_E \end{pmatrix}$ و $F\begin{pmatrix} x_F \\ y_F \end{pmatrix}$. لدينا :

الحساب المتجهي: تساوي متجهتين/ استقامية متجهتين



$$\vec{EF} = \vec{AF} - \vec{AE} = \left(x_F . \vec{e_1} + y_F . \vec{e_2}\right) - \left(x_E . \vec{e_1} + y_E . \vec{e_2}\right) = (x_F - x_E).\vec{e_1} + (y_F - y_E).\vec{e_1}$$

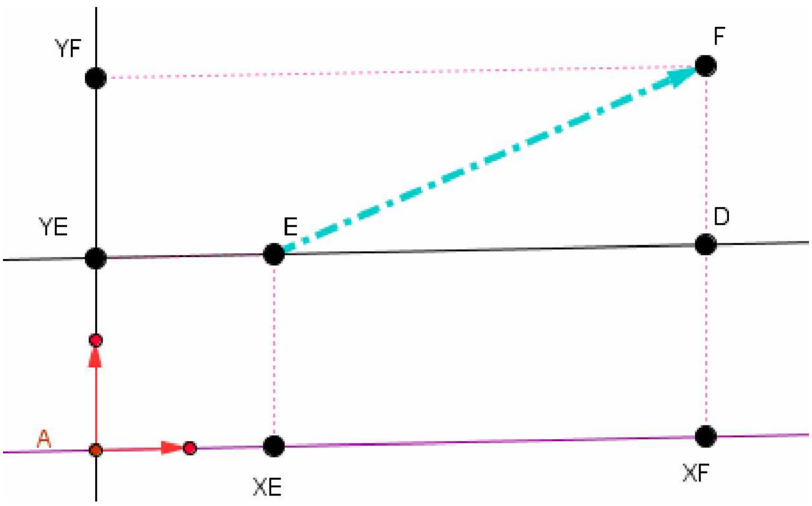
نستنتج إحداثياتي المتجهة: $\vec{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$

من جهة أخرى نعتبر $I\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix}$ هو منتصف القطعة $[EF]$ لدينا: $\vec{EI} = \vec{IF}$ ومنه نستنتج أن :

$\begin{pmatrix} x_F - x_I \\ y_F - y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_I - x_E \\ y_I - y_E \end{pmatrix}$ وبالتالي: $\begin{cases} x_I - x_E = x_F - x_I \\ y_I - y_E = y_F - y_I \end{cases}$ أي: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_E + x_F}{2} \\ y_I = \dfrac{y_E + y_F}{2} \end{cases}$ ، نستنتج

إحداثياتي منتصف القطعة $[EF]$: $I\begin{pmatrix} \dfrac{x_E + x_F}{2} \\ \dfrac{y_E + y_F}{2} \end{pmatrix}$

8. منظم متجهة في معلم متعامد ممنظم:



حسب مبرهنة فيثاغورس نجد على التوالي :

$$EF^2 = ED^2 + DF^2$$

$$EF^2 = (x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2$$

$$EF^2 = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

9. شرط استقامية متجهتين /المحددة:

في المعلم $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ نعتبر المتجهتين $\vec{U}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ و $\vec{V}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$. نضع $\det(\vec{U}, \vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$

الحساب المتجهي: تساوي متجهتين/ استقامية متجهتين

$\det(\vec{U},\vec{V})$ يسمى محددة المتجهتين $\vec{U}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ و $\vec{V}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ في الأساس $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$.

$\vec{U}$ و $\vec{V}$ مستقيميتان يعني أن $\vec{V} = k.\vec{U}$

a) أي $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = k.\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ وبالتالي $\begin{cases} c & = k.a \\ d & = k.b \end{cases}$ أي $\begin{cases} bc & = k.ab \\ ad & = k.ab \end{cases}$ ومنه $bc - ad = 0$ نستنتج في النهاية شرط استقامية متجهتين كالتالي :

$\vec{U}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ و $\vec{V}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ مستقيميتان يعني أن $\det(\vec{U},\vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc = 0$

10. توازي مستقيمين / استقامية ثلاث نقط :

b) في الأساس $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ نعتبر النقط $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_B \end{pmatrix}$ و $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ و $C\begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix}$ و $F\begin{pmatrix} x_D \\ y_D \end{pmatrix}$.

لدينا $\det(\vec{U},\vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$

$\vec{U}$ و $\vec{V}$ مستقيميتان يعني أن $\vec{V} = k.\vec{U}$

أي $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = k.\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ وبالتالي $\begin{cases} c & = k.a \\ d & = k.b \end{cases}$ أي $\begin{cases} bc & = k.ab \\ ad & = k.ab \end{cases}$ ومنه $bc - ad = 0$ نستنتج في النهاية شرط استقامية متجهتين كالتالي :

$\vec{U}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ و $\vec{V}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ مستقيميتان يعني أن $\det(\vec{U},\vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc = 0$