

تمارين حول الحدوديات

تمرين 1

1- عمل الحدوديات التالية

$$P(x) = (x^2 + 4x + 2)^2 - 4$$

$$Q(x) = (9x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(3x + 1)$$

$$K(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

$$H(x) = x^4 - x^2 - 12$$

2- هل الحدوديتين P و Q متساويتان في كل الحالات

$$Q(x) = 3x^2 + x^3 - 4x + 1 + 3x^3$$

$$P(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + 1 \quad *$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} x^2 - 4x + 1$$

$$P(x) = (\sqrt{2} - 1)x^2 - 4x + 1 \quad *$$

$$Q(x) = x^2 - 3x^3 + x$$

$$P(x) = -3x^3 + x^2 - x \quad *$$

3- لتكن

$$P(x) = (a+b)x^3 + (b-c)x^2 + (a-c+1)x$$

حدد a و b و c لكي تكون $P(x)$ حدودية منعدمة

تمرين 2

حدد باقي وخارج قسمة

$$- \text{ أ } \quad 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \text{ على } x + 2$$

$$- \text{ ب } \quad 5x^4 - 3x^2 + 2x - 3 \text{ على } x + 1$$

$$- \text{ ج } \quad 4x^5 - 5x^3 + 1 \text{ على } x - 1$$

تمرين 3

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \text{ نعتبر الحدودية}$$

1- حدد من بين الأعداد 1 و -2 و -3 و 2 من يمثل جذرا لـ $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية لـ $P(x)$ على $x - 2$ حدد حدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x - 2)Q(x)$

3- (أ) تأكد أن -3 جذرا لـ $Q(x)$

(ب) عمل $P(x)$

(ج) حل المتراجحة $P(x) \geq 0$ $x \in \mathbb{R}$

تمرين 4

$$P(x) = -2x^3 - x^2 + 8x + 4 \text{ نعتبر الحدودية}$$

1- تأكد أن -2 جذر للحدودية $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد ثلاثية الحدود $Q(x)$ حيث $P(x) = (x + 2)Q(x)$

3- تأكد أن $\frac{-1}{2}$ جذر للحدودية $Q(x)$ ثم أكتب $P(x)$ على شكل جداء لحدانيات

تمرين 5

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \text{ نعتبر الحدودية}$$

1- بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $(x - 1)$

2- أكتب $P(x)$ على شكل جداء حدانيات

3- حل في \mathbb{R} $P(x) < 0$

4- نفترض أن $|x - 2| < 10^{-2}$
 أعط تائيرا للعدد $\sqrt{\frac{P(x)}{x+2}}$ بالدقة 10^{-2}

تمرين 6

نعتبر الحدودية $P(x) = 2x^3 + x^2 - 24x - 12$

1- أحسب $P(2\sqrt{3})$ واستنتج أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x - 2\sqrt{3}$

2- أنجز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x + \frac{1}{2}$

3- أعط تعميلا للحدودية $P(x)$ تكون عوامله حدانيات

تمرين 7

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$

1- بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x - 2$ ثم أوجد حدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x - 2)Q(x)$

2- أ- تأكد أن $Q(x) - 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

ب- بين أنه إذا كان 1 تقرب للعدد x إلى 10^{-2} فإن 3 تقرب للعدد $Q(x)$ إلى 4×10^{-2}

تمرين 8

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - (a - b)x^2 + (a - 3b - 1)x + 2\sqrt{2}$ حيث a و b عددين حقيقيين.

1- حدد a و b لكي تكون $P(x)$ قابلة للقسمة على كل من $x - 2$ و $x + \sqrt{2}$

2- نضع $a = 3$ و $b = \sqrt{2}$

أ- حدد حدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x - 2)Q(x)$

ب- أحسب $Q(-\sqrt{2})$ ثم عمل $P(x)$

ج- حل المتراجحة $P(x) < 0$ $x \in \mathbb{R}$

د- نفترض أن $x \in]0; 1[$ بين أن $\sqrt{2}$ تقرب للحدودية $P(x)$ بالدقة $1 + \sqrt{2}$

تمرين 9

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - (3\sqrt{3} + 1)x^2 + m(2 + \sqrt{3})x - 6$

1- حدد قيمة m حيث $P(x)$ تكون قابلة للقسمة على $(x - 1)$

2- نضع $m = 3$

أ- حدد حدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x - 1)Q(x)$

ب- تأكد أن $\sqrt{3}$ جدرا للحدودية $P(x)$

استنتج تعميلا لـ $P(x)$ تكون عوامله حدانيات

تمرين 10

نعتبر $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

1- أحسب $P(-2)$ و $P(1)$ و $P(3)$

2- أنجز القسمة الاقليدية لـ $P(x)$ على $x + 2$

3- بين إذا كان α جدرا غير منعدم لـ $P(x)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جدرا

استنتج الجذور الثلاث لـ $P(x)$.