أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:التحويلات في المستوى

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين 1: ليكن $ABCD$ معينا مركزه O , و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AD]$

1) أنشئ الشكل.

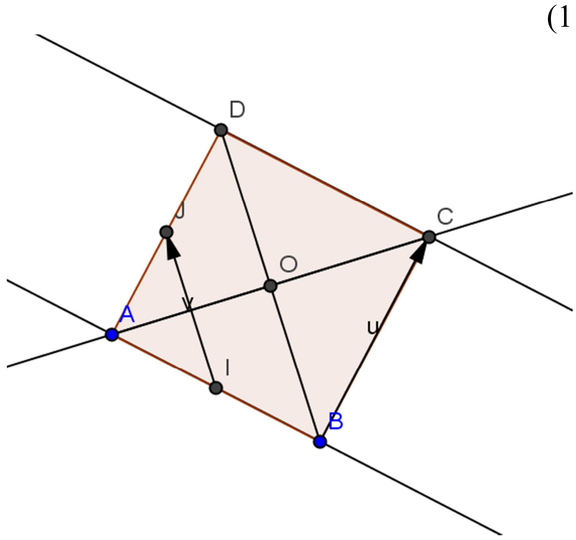
2) حدد $S_O(A)$ و $S_O(B)$ و $S_O(O)$ و $S_O((AB))$

3) $S_{(AC)}(B)$ و $S_{(AC)}(A)$ و $S_{(AC)}(O)$ و $S_{(AC)}([AB])$ و $S_{(AC)}(I)$ و $S_{(AC)}((OI))$

4) حدد $t_{\overrightarrow{BC}}(A)$ و $t_{\overrightarrow{IJ}}(B)$ و $t_{\overrightarrow{IJ}}([OB])$

أجوبة :

1)



2)

- $S_O(A)=C$ لأن : $OA=OC$
- $S_O(B)=D$ لأن : $OB=OD$
- $S_O(O)=O$ نقول النقطة O صامدة
- بحث عن $S_O((AB))$ صورة المستقيم (AB)

لدينا : $\begin{cases} S_O(A)=C \\ S_O(B)=D \end{cases}$ اذن : $S_O((AB))=(CD)$

نلاحظ أن صورة متقيم بواسطة تماثل مركزي هو مستقيم يوازيه

3)

- $S_{(AC)}(B)=D$ لأن : (AC) واسطا للقطعة $[BD]$.
- $S_{(AC)}(A)=A$ لأن : كل النقط التي تنتمي الى (AC) صامدة
- $S_{(AC)}(O)=O$ لأن : $O\in(AC)$ وكل النقط التي تنتمي الى (AC) صامدة
- $S_{(AC)}([AB])=[AD]$ لأن : $\begin{cases} S_{(AC)}(A)=A \\ S_{(AC)}(B)=D \end{cases}$
- $S_{(AC)}(I)$??????

لدينا I منتصف $[AB]$ و $S_{(AC)}([AB])=[AD]$ اذن $S_{(AC)}(I)$ هو منتصف $[AD]$ أي النقطة J ومنه $S_{(AC)}(I)=J$

- $S_{(AC)}((OI))$?????

لدينا $\begin{cases} S_{(AC)}(O)=O \\ S_{(AC)}(I)=J \end{cases}$ اذن $S_{(AC)}((OI))=(OJ)$

4)

- $t_{\overrightarrow{BC}}(A)$????

لدينا $ABCD$ معين اذن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ ومنه : $t_{\overrightarrow{BC}}(A)=D$

- $t_{\overrightarrow{IJ}}(B)$????

نعتبر المثلث : ABD : لدينا I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AD]$ اذن : $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}$ ونعلم أن O منتصف $[BD]$

اذن $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BO}$ ومنه : $2\overrightarrow{BO}=2\overrightarrow{IJ}$ أي : $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{IJ}$

وبالتالي : $t_{\overrightarrow{IJ}}(B)=O$

- $t_{\overrightarrow{IJ}}([OB])$????

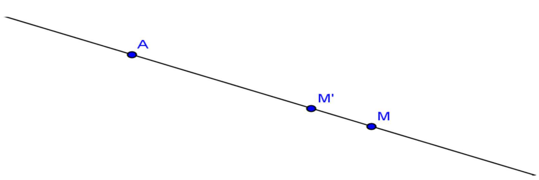
لدينا $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{IJ}$ و O منتصف $[BD]$ اذن : $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}$

ومنه $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{IJ}$ أي : $t_{\overrightarrow{IJ}}(O)=D$ ونعلم أن : $t_{\overrightarrow{IJ}}(B)=O$

اذن : $t_{\overrightarrow{IJ}}([OB])=[DO]$

تمرين 2: لتكن A و M نقطتين من المستوى , أرسم النقطة M' صورة النقطة M بالتحاكي h ذا المركز A و نسبته $\frac{3}{4}$

الجواب : $h(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{AM'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AM}$



تمرين 3: عبر عن العلاقة المتجهية : $\overrightarrow{IC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{IB}$ بتحاك

الجواب: اذا اعتبرنا h التحاكي الذي مركزه I و نسبته $k=-\frac{2}{3}$

أي : $h\left(I,-\frac{2}{3}\right)$ فان : $\overrightarrow{IC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{IB}$ يعني $h(B)=C$

تمرين4: حدد نسبة و مركز التحاكي h الذي يحول A إلى B في الحالات التالية :

1. $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ حيث I نقطة معلومة
2. $2\overrightarrow{\Omega B}=-\overrightarrow{BA}$ حيث Ω نقطة معلومة
3. $3\overrightarrow{IA}-5\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ حيث I نقطة معلومة

الأجوبة : $h(I,k)$ $h(A)=B$ يعني $\overrightarrow{IB}=k\overrightarrow{IA}$

1) $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

يعني $2\overrightarrow{IA}+3\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}\right)=\vec{0}$ يعني $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AI}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

يعني $2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ يعني $-\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

يعني $\overrightarrow{IB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ ومنه $h\left(I,\frac{1}{3}\right)$

2) $2\overrightarrow{\Omega B}=-\overrightarrow{BA}$

يعني $2\overrightarrow{\Omega B}=\overrightarrow{AB}$ يعني $2\overrightarrow{\Omega B}=\overrightarrow{A\Omega}+\overrightarrow{\Omega B}$

يعني $2\overrightarrow{\Omega B}-\overrightarrow{\Omega B}=-\overrightarrow{\Omega A}$ يعني $\overrightarrow{\Omega B}=-\overrightarrow{\Omega A}$

ومنه $h(\Omega,-1)$

3) $3\overrightarrow{IA}-5\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

يعني $3\overrightarrow{IA}-5\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}\right)=\vec{0}$ يعني $3\overrightarrow{IA}-5\overrightarrow{AI}-5\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

يعني $3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IA}-5\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ يعني $8\overrightarrow{IA}=5\overrightarrow{IB}$

يعني $\overrightarrow{IB}=\frac{8}{5}\overrightarrow{IA}$ ومنه $h\left(I,\frac{8}{5}\right)$

تمرين 5: ليكن h الذي مركزه Ω و نسبته k ويحول M إلى M' و يحول N إلى N'

بين أن : $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$

الجواب :

$h(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$

$h(N)=N'$ يعني $\overrightarrow{\Omega N'}=k\overrightarrow{\Omega N}$

$\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{M'\Omega}+\overrightarrow{\Omega N'}=-\overrightarrow{\Omega M'}+\overrightarrow{\Omega N'}$

$\overrightarrow{M'N'}=-k\overrightarrow{\Omega M}+k\overrightarrow{\Omega N}=k\left(-\overrightarrow{\Omega M}+\overrightarrow{\Omega N}\right)$

$\overrightarrow{M'N'}=k\left(\overrightarrow{M\Omega}+\overrightarrow{\Omega N}\right)=k\overrightarrow{MN}$

تمرين 6: ليكن $t_{\vec{u}}$ الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ بحيث تحول M إلى M' و تحول N إلى N'

بين أن : $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$

الجواب : $t_{\vec{u}}(M)=M'$ يعني $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$

$t_{\vec{u}}(N)=N'$ يعني $\overrightarrow{NN'}=\vec{u}$

ومنه: $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{NN'}$: اذن $MM'N'N$ متوازي الأضلاع

وبالتالي: $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$

يمكن تعميم النتيجة ونحصل عن الخاصية التالية:

تمرين 7: ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و I و J نقطتين معرفتين ب $\overrightarrow{CI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC}$.

1) أنشئ الشكل.

2) بين أن (BJ) صورة (AI) بالإزاحة t_{AB}. وماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (BJ) و (AI) ؟

3) نعتبر التحاكي h ذا المركز I و الذي يحاول B إلى C.

أ) بين أن $h\left((AB)\right)=(CD)$.

ب) أثبت أن نسبة h هي العدد -2.

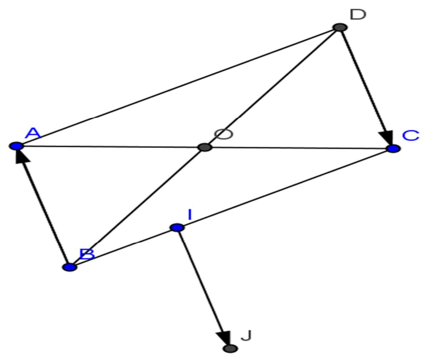
4) لتكن K نقطة حيث $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{AB}$.

أ) بين أن $h(J)=K$.

ب) أثبت أن $AI=\frac{1}{2}CK$.

الأجوبة :

(1



(2

نبين أن : $t_{\overrightarrow{AB}}(I)=J$: ؟؟؟؟؟

لدينا $ABCD$ متوازي الأضلاع اذن $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

ولدينا حسب المعطيات : $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC}$

ومنه $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AB}$ أي: $t_{\overrightarrow{AB}}(I)=J$

ولدينا : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}$ اذن $t_{\overrightarrow{AB}}(A)=B$

لدينا اذن : $\begin{cases} t_{\overrightarrow{AB}}(I)=J \\ t_{\overrightarrow{AB}}(A)=B \end{cases}$ وبالتالي : $t_{\overrightarrow{AB}}\left((AI)\right)=(BJ)$

❖ الاستنتاج: نعلم أن صورة مستقيم بواسطة ازاحة هو مستقيم يوازيه اذن $(AI)\parallel(BJ)$

3) أ) لدينا حسب المعطيات : $h(B)=C$

ونعلم أن صورة المستقيم (AB) بواسطة تحاك هو مستقيم يوازيه ويمر من صورة B أي يمر من C

اذن هو المستقيم (CD)

وبالتالي: $h\left((AB)\right)=(CD)$

3) ب) $h(B)=C$ يعني $\overrightarrow{IC}=k\overrightarrow{IB}$

ونعلم حسب المعطيات أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ يعني $3\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{CB}$

يعني $3\overrightarrow{CI}=2\left(\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{IB}\right)$ يعني $3\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{CI}+2\overrightarrow{IB}$

يعني $3\overrightarrow{CI}-2\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{IB}$ يعني $\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{IB}$

يعني $\overrightarrow{IC}=-2\overrightarrow{IB}$ ومنه $k=-2$

5) أ) $h(J)=K$ ؟؟؟؟؟

ونعلم حسب المعطيات أن: $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC}$ وأن : $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{AB}$

اذن : $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{IJ}$ يعني $\overrightarrow{IK}=-2\overrightarrow{IJ}$

وهذا يعني أن : $h(J)=K$

أ) وجدنا اذن : $\begin{cases} h(J)=K \\ h(B)=C \end{cases}$ اذن : $\overrightarrow{CK}=-2\overrightarrow{BJ}$

(حسب الخاصية المميزة للتحاكي)

ومنه بالمرور الى المنظم نجد :

$\left\|\overrightarrow{CK}\right\|=\left\|-2\overrightarrow{BJ}\right\|$ اذن : $\left\|\overrightarrow{CK}\right\|=|-2|\left\|\overrightarrow{BJ}\right\|$

اذن : $CK=2BJ$

وجدنا $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AB}$: ادن $ABJI$ متوازي الأضلاع اذن

$BJ=AI$

اذن : $CK=2AI$ يعني $AI=\frac{1}{2}CK$

تمرين 8: ليكن ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$

نعتبر النقطتين B' و C' بحيث : $\overrightarrow{AB'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و

$\overrightarrow{AC'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ و ليكن J منتصف $[B'C']$

وليكن h التحاكي الذي مركزه A نسبته $k=\frac{2}{3}$

بين أن $\overrightarrow{B'C'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$:

باستعمال التحاكي h بين أن النقط J و A و I نقط مستقيمية

الأجوبة :

1) $\overrightarrow{AB'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ يعني : $h(B)=B'$

$\overrightarrow{AC'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ يعني : $h(C)=C'$

اذن : $\overrightarrow{B'C'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

(حسب الخاصية المميزة للتحاكي)

2) لدينا I منتصف $[BC]$ اذن : $h(I)$ منتصف $[B'C']$

وبما أن : J منتصف $[B'C']$ فان : $h(I)=J$

ومنه : النقط J و A و I نقط مستقيمية