Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الاسقاط

I) - الإسقاط على مستقيم بتواز مع مستقيم آخر

تعريف :

(D) و (Δ) مستقيمان متقاطعان

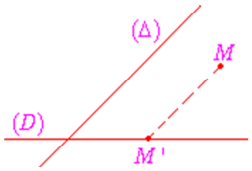
M نقطة من المستوى

و M' نقطة بحيث :

$M' \in (D)$ و $(\Delta) \parallel (MM')$

M' تسمى مسقط M على (D)

بتواز مع (Δ)



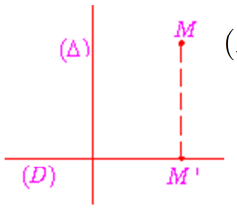
نرمز : $P_{(D;\Delta)}(M) = M'$ أو $P(M) = M'$

ملاحظة: أ- $P_{(D;\Delta)}(M) = M'$ يكافئ $M' \in (D)$ و $(\Delta) \parallel (MM')$

ب- إذا كان : $A \in (D)$ فإن : $P_{(D;\Delta)}(A) = A$

II) - الإسقاط العمودي

إذا كان : $(D) \perp (\Delta)$ و $(M) = M'$



فإن : M' تسمى المسقط العمودي للنقطة M على (D)

نرمز : $P_{(D)}(M) = M'$

III) مبرهنة طاليس

1- مبرهنة طاليس المباشرة

خاصية: ABC مثلث و M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AC]$

إذا كان : $(BC) \parallel (MN)$ فإن : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

خاصية: $(BC) \parallel (MN)$ و $(BM) \cap (CN) = \{A\}$

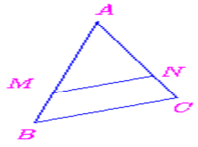
يوجد $k \in \mathbb{R}$ بحيث : $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AN}$

الجواب: "نستعمل خاصية1" $\frac{BC}{MN} = k$ ؛ إذن : $AB = kAM$

و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما نفس المنحى نفس الاتجاه

2 - مبرهنة طاليس العكسية

خاصية: ABC مثلث . M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AC]$ بحيث : النقط $B;M;A$ و النقط $C;N;A$ لها نفس الترتيب



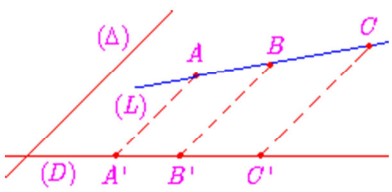
إذا كان : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ فإن : $(BC) \parallel (MN)$

3 - مبرهنة طاليس المباشرة بالإسقاط

خاصية: نعتبر : $P = P_{(D;\Delta)}$ و (L) مستقيم ضمن المستوى لا يوازي (Δ) و A و B نقطتان مختلفتان من (L)

إذا كانت C نقطة من (L) بحيث :

$P(A) = A'$ و $P(B) = B'$



و $P(C) = C'$

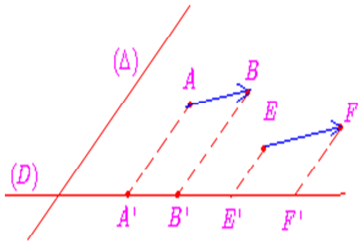
فإن : $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$

4- معامل استقامية متجهتين

نعتبر : $P = P_{(D;\Delta)}$

خاصية: إذا كان : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{EF}$

و : $P(A) = A'$ ؛ $P(B) = B'$



$P(E) = E'$ ؛ $P(F) = F'$

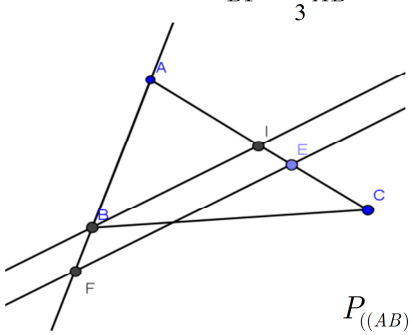
فإن : $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{E'F'}$

مثال: ABC مثلث

I منتصف $[AC]$ و E نقطة من (AC) بحيث :

$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$ و $P_{((AB);(IB))}(E) = F$

أرسم شكلا و بين أن : $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$



الجواب: لدينا:

$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$

و I منتصف $[AC]$

يعني $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IC}$ اذن :

$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AI}$

و لدينا: $P_{((AB);(IB))}(E) = F$

و $P_{((AB);(IB))}(I) = B$ و $P_{((AB);(IB))}(A) = A$

وبما أن الاسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين

فان: $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

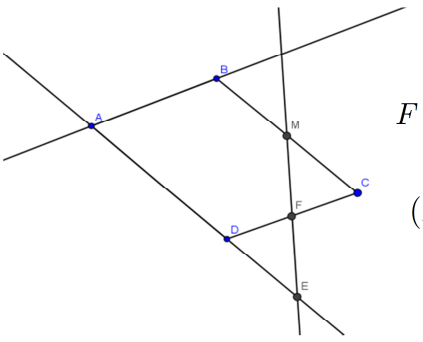
تمرين 1: $ABCD$ متوازي الضلاع

M منتصف $[BC]$ و F منتصف $[DC]$

$(MF) \cap (AD) = \{E\}$

بين أن $\frac{FE}{FM} = \frac{MB}{MC}$

وماذا تستنتج



الجواب: نعتبر المثلث CFM و لدينا $(DE) \parallel (MC)$

اذن حسب خاصية طاليس فان : $\frac{FE}{FM} = \frac{FD}{FC}$

ولدينا $\frac{FD}{FC} = 1$ لأن F منتصف $[DC]$

اذن $\frac{FE}{FM} = 1$ ومنه F منتصف $[DM]$