ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الحسابيات في مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

1)مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية $\mathbb{N}$.

تعريف: كل الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$
و نكتب $\mathbb{N}=\{0,1,2,\cdots\}$

مصطلحات ورموز : العدد 0 يسمى العدد الصحيح الطبيعي المنعدم
الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}^*$.
$\mathbb{N}^*=\{1,2,\cdots\}$ تسمى مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير منعدمة

7 هو عدد صحيح طبيعي نكتب $7\in\mathbb{N}$
-8 ليس بعدد صحيح طبيعي نكتب $-8\notin\mathbb{N}$

2)الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية:

تعريف: a عدد صحيح طبيعي زوجي اذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $a=2k$
a عدد صحيح طبيعي فردي اذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $a=2k+1$

ملاحظات : كل عدد صحيح طبيعي اما هو زوجي أو فردي ولدينا مجموعة من النتائج في الجدول التالي :

الأعداد	a	b	a+b	a-b	a xb
زوجية الأعداد	زوجي	زوجي	زوجي	زوجي	زوجي
	فردي	فردي	زوجي	زوجي	فردي
	فردي	زوجي	فردي	فردي	زوجي
	زوجي	فردي	فردي	فردي	زوجي

مثال: $n\in\mathbb{N}$ أدرس زوجية الأعداد التالية: $2n+4$ و $4n^2+4n+1$
$4n+9$ $6n^2+12n$ $2n^2+7$ $3n^3+n$

الجواب: $2n+4=2(n+2)=2\times k$ حيث : $k=n+2$
وبالتالي : $2n+4$ عدد زوجي
$4n+9=2(2n+4)+1=2\times k+1$ حيث : $k=2n+4$
وبالتالي : $4n+9$ عدد فردي
$4n^2+4n+1=2(2n^2+2n)+1=2\times k+1$ حيث : $k=2n^2+2n$
وبالتالي : $4n^2+4n+1$ عدد فردي
$6n^2+12n=2(3n^2+6n)=2\times k$ حيث : $k=3n^2+6n$
وبالتالي : $6n^2+12n$ عدد زوجي
$2n^2+7=2n^2+6+1=2(n^2+3)+1=2k+1=2\times k$
حيث : $k=n^2+3$ وبالتالي : $2n^2+7$ عدد فردي
دراسة زوجية العدد: $3n^3+n$ حيث $n\in\mathbb{N}$
الحالة 1 : n عدد زوجي
$n^3=n\times n\times n$ هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية
وبالتالي : $3n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين
الحالة 2 : n عدد فردي
$n^3=n\times n\times n$ هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية
وكذلك : $3n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين
و منه : $3n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين
وبالتالي: $3n^3+n$ عدد زوجي كيفما كانت $n\in\mathbb{N}$

3)قواسم عدد و مضاعفات عدد

تعريف1: a و b عنصران من $\mathbb{N}$. نقول ان a مضاعف للعدد b إذا وجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $a=bn$,

مثال: ادينا: $145=5\times29$ اذن : 145 مضاعف للعدد 5

تعريف2: a و b عنصران من $\mathbb{N}$.
نقول ان b قاسم للعدد a إذا وجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $a=bn$,

مثال: ادينا: $145=5\times29$
إذن: - العدد 145 مضاعف للعددين 5 و 29 .
- العددان 5 و 29 هما قاسمان للعدد 145.

ملحوظة: العدد 0 مضاعف لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية.
العدد 1 قاسم لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية.

4) مصاديق قابلية القسمة على : 2 و 3 و 4 و 5 و 9

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا. يكون العدد n قابلا للقسمة:
على 2: اذا كان رقم و حداته هو : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8.
على 3: اذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 3.
على 4: اذا كان رقم وحداته و رقم عشراته يكونان في هذا الترتيب عددا مضاعفا للعدد 4.
على 5: اذا كان رقم وحداته هو 0 أو 5.
على 9: اذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 9.

5)الأعداد الأولية و التفكيك إلى جداء عوامل أولية

تعريف: عدد أولي هو كل عدد صحيح طبيعي a يقبل قاسمين فقط هما العدد 1 و العدد a.

مثال1: حدد كل الأعداد الأولية الأصغر من 30 29.
الجواب : الأعداد الأولية الأصغر من 30 هي 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

مثال2: هل العدد **239** أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2<239$ وهي : 2 و 3 و 5 و7 و11 و 13 ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 239 اذن العدد 239 أولي

خاصية: نقبل أن كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم و يخالف 1 يكتب على شكل جداء عوامل عوامل أولية.

مثال: لدينا: $640=64\times10$ أي $640=8^2\times2\times5$ إذن:
$640=\left(2^3\right)^2\times2\times5$
و منه: $640=2^7\times5$ العوامل المكونة لهذا الجداء هي الأعداد الأولية 2و 5.

تقنية للتفكيك : لتفكيك a عدد الى جداء عوامل أولية نأخذ أصغر عدد أولي يقسمه وننجز القسمة فنحصل على خارج b فنأخذ أصغر عدد أولي يقسم b وننجز القسمة فنحصل على خارج c .....
فنتابع عملية القسمة حتى نحصل على خارج يساوي 1 و العدد a سيكون هو جداء جميع الأعداد الأولية التي قسمنا عليها

مثال: فكك العدد 1344 الى جداء عوامل أولية

1344	2
672	2
336	2
168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

الجواب : $1344=2^6\times3\times7$

6) القاسم المشترك الأكبر و المضاعف المشترك الأصغر:

تعريف1: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين.
أكبر قاسم مشترك للعددين a و b يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b و يرمز له بالرمز $PGCD\,(a;b)$.

تعريف2: ليكن a و b عنصرين من $\mathbb{N}$. أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b يسمى المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b . و نرمز له بالرمز $PPCM\,(a;b)$. مثال: $PPCM\,(12;8)=24$.

خاصية 1 :القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

خاصية 2 :المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

مثال: فكك الأعداد : 220 و 798 الى جداء عوامل أولية
وحدد : $PGCD(220;798)$ و $PPCM\,(220;798)$ و

الجواب : $220=2^2\times5\times11$ $798=2\times3\times7\times19$
اذن : $PGCD\,(220;798)=2^1=2$
و $PPCM\,(220;798)=2^2\times3\times5\times7\times11\times19=87780$

الأستاذ : عثماني نجيب