

Bilan 2 : Calculer avec des puissances

Propriétés	Exemples										
<p><b><u>Puissance avec un exposant entier positif :</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La notation <math>a^n</math> signifie <math>a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}} = 81</math> et <math>2^6 = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{6 \text{ fois}} = 64</math></li> <li><math>10^8 = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{8 \text{ fois}} = \underbrace{100\ 000\ 000}_{8 \text{ zéros}}</math></li> </ul>										
<p><b><u>Puissance avec un exposant entier négatif :</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La notation <math>a^{-n}</math> signifie <math>a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>3^{-4} = \frac{1}{\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}}} = \frac{1}{81} \approx 0,0123</math> et</li> <li><math>2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{6 \text{ fois}}} = \frac{1}{64} = 0,015625</math></li> <li><math>10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{5 \text{ fois}}} = \frac{1}{\underbrace{100\ 000}_{5 \text{ zéros}}} = \underbrace{0,00001}_{5 \text{ zéros}}</math></li> </ul>										
<p><b><u>Calculer avec des puissances de dix :</u></b></p> <p>Si n et m sont des entiers, on a :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>multiplication :</b> <math>10^n \times 10^m = 10^{n+m}</math></li> <li><b>division :</b> <math>\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}</math></li> <li><b>inverse :</b> <math>\frac{1}{10^n} = 10^{-n}</math></li> <li><b>puissance :</b> <math>(10^n)^m = 10^{n \times m}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>10^3 \times 10^6 = 10^{3+6} = 10^9</math> et <math>10^2 \times 10^{-7} = 10^{2+(-7)} = 10^{-5}</math></li> <li><math>\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5</math> et <math>\frac{10^6}{10^{11}} = 10^{6-11} = 10^{-5}</math> et</li> <li><math>\frac{10^3}{10^{-8}} = 10^{3-(-8)} = 10^{3+8} = 10^{11}</math></li> <li><math>\frac{1}{10^7} = 10^{-7}</math> et <math>\frac{1}{10^{-15}} = 10^{15}</math></li> <li><math>(10^2)^6 = 10^{2 \times 6} = 10^{12}</math> et <math>(10^{-4})^7 = 10^{-4 \times 7} = 10^{-28}</math></li> </ul>										
<p><b><u>Écriture scientifique :</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>l'écriture scientifique d'un nombre est <math>a \times 10^n</math> où a est un nombre décimal avec un seul chiffre avant la virgule, autre que 0 (<math>1 \leq a</math> et <math>a &lt; 10</math>).</li> </ul> <p><i>La calculatrice permet souvent d'afficher l'écriture scientifique d'un nombre</i></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombre</th> <th>Écriture scientifique</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>14,56</td> <td><math>1,456 \times 10^1</math></td> </tr> <tr> <td><math>233,6 \times 10^4</math></td> <td><math>2,336 \times 10^{4+2} = 2,336 \times 10^6</math></td> </tr> <tr> <td>0,005</td> <td><math>5 \times 10^{-3}</math></td> </tr> <tr> <td><math>0,00048 \times 10^7</math></td> <td><math>4,8 \times 10^{7-4} = 4,8 \times 10^3</math></td> </tr> </tbody> </table>	Nombre	Écriture scientifique	14,56	$1,456 \times 10^1$	$233,6 \times 10^4$	$2,336 \times 10^{4+2} = 2,336 \times 10^6$	0,005	$5 \times 10^{-3}$	$0,00048 \times 10^7$	$4,8 \times 10^{7-4} = 4,8 \times 10^3$
Nombre	Écriture scientifique										
14,56	$1,456 \times 10^1$										
$233,6 \times 10^4$	$2,336 \times 10^{4+2} = 2,336 \times 10^6$										
0,005	$5 \times 10^{-3}$										
$0,00048 \times 10^7$	$4,8 \times 10^{7-4} = 4,8 \times 10^3$										

Remarques	Exemples
<p><b><u>Méthode de calcul</u></b></p> <p>Dans un calcul complexe :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>On rassemble les nombres d'une part et les puissances de 10 d'autre part.</li> <li>On effectue les calculs.</li> <li>On donne le résultat en « écriture scientifique ».</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{3 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^3}{4 \times 10^{-7} \times 0,5 \times 10^2} = \frac{3 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^3}{4 \times 0,5 \times 10^{-7} \times 10^2}</math></li> <li><math>\frac{3 \times 7 \times 10^{-5} \times 10^3}{4 \times 0,5 \times 10^{-7} \times 10^2} = \frac{21 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-5}} = 10,5 \times 10^{-2-(-5)}</math></li> <li><math>10,5 \times 10^3 = 1,05 \times 10^4</math></li> </ul>

**Attention :** Des erreurs courantes :  $7^2 \neq 2 \times 7 = 14$   
 $7^2 = 7 \times 7 = 49$

et  $(3x)^2 \neq 3x^2$   
 et  $(3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2$

**Remarque :** Les formules avec les puissances de 10 se généralisent (a et b sont des nombres non nuls)

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad (ab)^n = a^n b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5^4 \times 5^3 = 5^{4+3} \quad \frac{6^3}{6^4} = 6^{3-4} \quad \frac{1}{7^2} = 7^{-2} \quad (3^2)^{-5} = 3^{2 \times (-5)} \quad (8x)^3 = 8^3 x^3 \quad \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{8^2}{3^2}$$