Exercice 01:

On considère le polynome défini par : $P(x)=2(2x-1)(3-x)$

1. A l'aide d'un calcul mental, déterminer les coefficients du terme en x^2 et du terme constant
2. Justifier que le polynôme P n'est égale à aucun des polynômes A et B :

$A(x)=4x^2+x-1$ et $B(x)=2(x+1)^2+1$

Exercice 02:

Déterminer un polynôme $P(x)$ de second degré tel que : $P(1)=3$; $P(-1)=-1$ et $P(2)=14$

Exercice 03:

On pose $P(x)=x^3+3x^2-x-3$

1. Montrer que $P(1)=0$
2. Déterminer les réel $a;b\,et\,c$ tels que: $P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$

Exercice 04:

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-a)$ dans chaque cas:

$P(x)=x^3+2x^2-x+1$ par $x+1$

$P(x)=4x^3-3x^2+2x+5$ par $x-2$

$P(x)=x^4-8x^2+6$ par $x-3$

Exercice 05:

Effectuer la division euclidienne de :

1. x^4-x^3+x-2 par x^2-2x+4
2. $3x^5+2x^4-x^2+1$ par x^3+x+2

Exercice 06:

On considère le polynôme définie par : $P(x)=2x^3-7x^2+7x-2$

1. Calculer $P(1)$; $P(-2)$ et $P(2)$
2. Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-2)$
3. Montrer que si α est une racine non nulle de P alors , il en est de même pour $\frac{1}{\alpha}$
4. Déduire les trois racines de P

Exercice 07:

On considère le polynôme défini par: $P(x)=x^3-x^2-3x-1$

1. Vérifier que -1 est une racine du polynôme P
2. Déterminer le polynôme Q tel que $P(x)=(x+1)Q(x)$
3. Calculer $P(1+\sqrt{2})$ et $Q(1+\sqrt{2})$
4. Déterminer le réel b tel que : $Q(x)=(x-1-\sqrt{2})(x+b)$
5. Montrer que pour tout x de $]2;1+\sqrt{2}[$ on a: $-4<P(x)<0$

Exercice 08:

Soit n un entier naturel non nul,
On considère le polynôme P défini par : $P(x)=(x-2)^{3n}+(x-1)^{2n}-1$

1. Montrer l'existence d'un polynome Q tel que : $P(x)=(x-2)Q(x)$ et déterminer le degré de Q
2. Calculer $P(1)$ en fonction de n et déterminer n pour que $P(x)$ soit divisible par $(x-1)$
3. On suppose que $n=1$
   Montrer que $P(x)=(x-2)\left((x-a)^2+b\right)$ avec a et b deux réels à déterminer
4. Montrer que pour tout x de $]2;+\infty[$ et pour tout n de $\mathbb{N}^*$ on a : $P(x)>0$

Exercice 09:

Déterminer le réel α strictement positif tel que le polynôme $P(x)=x^3-3x+\alpha$ ait une racine double

Quelle est alors l'autre racine de P .

Exercice 10:

On considère le polynome P défini par : $P(x)=x^3-5x^2+3x+1$. On note $\alpha;\beta\,et\,\gamma$ ses racines

1. Ecrire en fonction de $\alpha;\beta\,et\,\gamma$ la forme factorisée de $P(x)$
2. Montrer que : $\alpha+\beta+\gamma=5$ $\alpha\beta+\beta\gamma+\alpha\gamma=3$ et $\alpha\beta\gamma=-1$
3. Sachant que $\beta=1$ trouver α et γ