

Série: Polynômes

Exercice N°1

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

- 1) Montrer que $P(x)$ est divisible par $x + 2$.
- 2) Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que: $P(x) = (x + 2)Q(x)$.
- 3)
 - a) Résoudre l'équation $Q(x) = 0$.
 - b) En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$.
 - c) Montrer que $P(x) = (2x - 1)(x + 2)(x - 3)$
 - d) Résoudre l'équation $5P(x) - (2x - 3)Q(x) = 0$
- 4) On suppose que $|x - 1| < \frac{1}{3}$.
 - a) Montrer que $\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$.
 - b) Montrer que : $\frac{1}{3} < 2x - 1 < \frac{5}{3}$ et $\frac{8}{3} < x + 2 < \frac{10}{3}$ et $-\frac{7}{3} < x - 3 < -\frac{5}{3}$.
 - c) En déduire que : $-\frac{350}{27} < P(x) < -\frac{40}{27}$

Exercice N°2

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

- 1) Montrer que le nombre 1 est une racine du polynôme $P(x)$, que peut-on déduire ?
- 2) Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que: $P(x) = (x - 1)Q(x)$.
- 3)
 - a) Montrer que l'équation $Q(x) = 0$, admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 sans les calculer ($x_1 < x_2$).
 - b) Calculer $x_1^2 + x_2^2$ et $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ et $x_1^3 + x_2^3$.

Exercice N°3

Soit le polynôme : $P(x) = -3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$

- 1)
 - a) Montrer que -2 est une racine de $P(x)$, que peut-on déduire ?
 - b) En utilisant la division euclidienne, montrer que $P(x) = (x + 2)(-3x^2 + x + 1)$.
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $-3x^2 + x + 1 = 0$.
- 3)
 - a) Montrer que : $\frac{1 - \sqrt{13}}{6} < \frac{1}{6} < \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$
 - b) Montrer que : $\frac{1 + \sqrt{13}}{6} < \frac{5}{6}$
- 4) Dresser le tableau de signes de $P(x)$. (On admet que $-1 < \frac{1 - \sqrt{13}}{6} < 0$)
- 5)
 - a) Résoudre l'inéquation : $P(x) \leq 0$
 - b) Déterminer le signe de $P(x)$ sur l'intervalle $\left] \frac{1}{6}, \frac{5}{6} \right[$.