Les polynômes

Exercice1 : Déterminer parmi les expressions suivantes ceux qui sont des polynômes et déterminer si c'est possible leurs degrés : $a \in \mathbb{R}$

$P(x)=\frac{1}{4}x^3+\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\sqrt{3}$; $Q(x)=2x^2-x-\sqrt{x}$

$R(x)=5\left|x^2\right|+4|x|-5$; $M(x)=\frac{5}{3}x^2+x+2-7x^4$

$N(x)=x^2+\frac{1}{x}+3$; $O(x)=4$; $E(x)=(a-1)x^4+x^2+x+1$

Exercice2 : Exercice1 : Déterminer un polynôme P de degré 2 tel que : $P(0)=P(1)=5$ et $P(-2)=3$

Exercice3 : Lesquels des polynômes ci-dessous sont égaux ? Expliquez

$P(x)=2x^3-2x^2+x-3$ et $Q(x)=2x^2(x-2)+(x-1)(2x+3)$ et

$R(x)=2x^3+3x^2-2x-3$

Exercice4 : soit : $P(x)=x^4-2x^3+x^2-1$ et

$Q(x)=ax^5+(b+c)x^4+(c+d)x^3+dx^2+e$

Déterminer a ; b ; c et d pour que : $P=Q$

Exercice5 : soit les polynômes suivants :

$P(x)=12x^4-36x^3+47x^2-30x+7$

$Q(x)=(2x^2-3x+1)(ax^2+bx+c)$

Déterminer a ; b ; c pour que : $P=Q$

Exercice6 : étudier l'égalité des polynômes dans les cas suivants :

1) $P(x)=x^3+2x^2(x-1)+x$ et $Q(x)=x^2(3x-2)+x$

2) $P(x)=(x-1)^3$ et $Q(x)=x^3-3x^2-3x+1$

Exercice7 : 1): soient $P(x)$ et $Q(x)$ deux polynômes

I)Calculer dans chacun des cas suivants :

$P(x)+Q(x)$; $P(x)-Q(x)$; $3P(x)-2Q(x)$

1) $P(x)=x^3+2x^2-1$; $Q(x)=3x^4-x^3+x$

2) $P(x)=x^5-x^2+3$; $Q(x)=-x^5+x^2-5$

II)Calculer $P(x)\times Q(x)$ et $(P(x))^2$

Dans chacun des cas suivants et comparer :

deg (PQ) et deg (P) +deg (Q)

1) $P(x)=x^2-1$; $Q(x)=x^2+2x-3$

2) $P(x)=x^4-x^2+2$; $Q(x)=3x+2$

$\deg(P^2)=2\deg(P)$

Exercice8 : soit le polynôme : $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$

Est-ce que les nombres suivants sont des racines du polynôme $P(x)$ (justifier) ? 1 ;2 ;3 ; -2

Exercice9 : soit le polynôme : $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$

1)verifier que 1 est racine du polynôme $P(x)$

2)factoriser $P(x)$

Exercice10 : soit le polynôme : $P(x)=x^3+3x^2-2x-6$

1) calculer $P(-3)$ et que peut-on dire ?

2)déterminer le le polynôme $Q(x)$ tel que :

$P(x)=(x+3)Q(x)$

Exercice11 : Soit : $P(x)=2x^3-5x^2-4x+3$

1)Montrer que $P(x)$ est divisible par $x-3$

2)factoriser $P(x)$

Exercice12 : soit le polynôme :

$P(x)=x^3-2x^2-5x+6$

1) Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $x+2$ et déterminer le quotient $Q(x)$ et le reste

2)montrer que $Q(x)$ est divisible par $x-3$

3) en déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1ere degrés

Exercice13 : Soit : $P(x)=x^3-3x^2-6x+8$

1)montrer que1 est racine du polynôme P

2)montrer que $P(x)=(x-1)Q(x)$

Ou $Q(x)$ est un polynôme a déterminer

3) montrer que -2 est racine du polynôme Q

4) en déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1ere degrés

5) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

Exercice14 : Soit : $P(x)=2x^3+3x^2+ax+b$

Avec $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

1)déterminer a et b tels que

a) $P(x)$ soit divisible par $x-2$

b)le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par $x-1$ est -12

2) factoriser $P(x)$ dans ce cas

Exercice15 : Soit : $P(x)=x^3-3x+2$

1)a)calculer $P(1)$ et déterminer $Q(x)$ tel que :

$P(x)=(x-1)Q(x)$

b)verifier que $P(x)=(x+2)(x-1)^2$

2)soit α un réel tel que : $1<\alpha<2$

Donner un encadrement de $\alpha+2$ et de : $(\alpha-1)^2$

Et en déduire que : $0<P(\alpha)<4$

Exercice16 : Soit : $P(x)=2x^4-9x^3+14x^2-9x+2$

1) verifier que 0 n'est pas racine du polynôme $P(x)$

2)montrer que si α est racine du polynôme $P(x)$ alors $\frac{1}{\alpha}$

Est aussi racine du polynôme $P(x)$

3) verifier que 2 est racine du polynôme $P(x)$

4) en Effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x-2$

Trouver un polynôme $Q(x)$ tel que :

$P(x)=(x-2)Q(x)$

5) en déduire que $Q\left(\frac{1}{2}\right)=0$

6) déterminer les réels a ; b ; c tel que :

$Q(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)(ax^2+bx+c)$

7) en déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1ere degrés

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien