I. Les différents ensembles de nombres

1- Les entiers naturels : $\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;3\,;...\}$

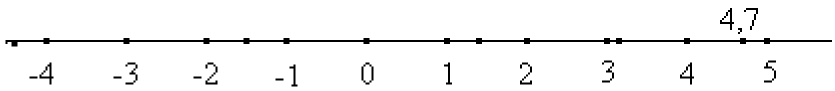
2- les entiers relatifs : $\mathbb{Z} = \{...\,;-3\,;-2\,;-1\,;0\,;1\,;2\,;3\,;...\}$

3- Les décimaux : $ID = \left\{\frac{a}{10^n} / a \in \mathbb{Z} \ et \ n \in \mathbb{N}\right\}$

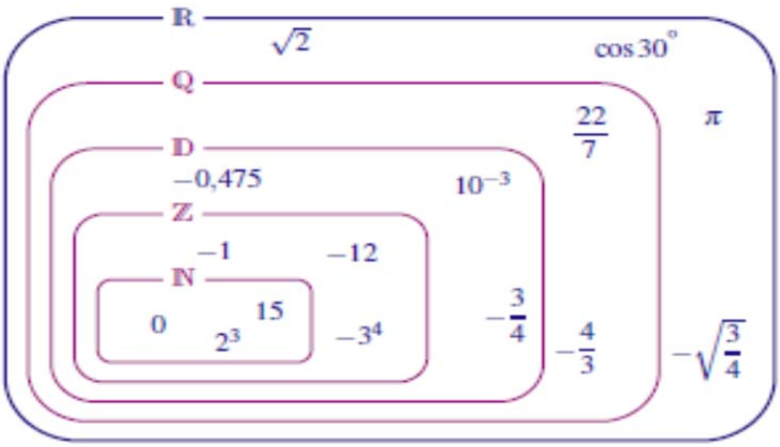
4- Les rationnels : $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \ et \ b \in \mathbb{N}^*\right\}$

5- Les réels : $\mathbb{R}$

L'ensemble $\mathbb{R}$ est usuellement représenté par une droite graduée. Chaque nombre réel est représenté par un point de la droite graduée, et tout point de cette droite représente un réel. $\mathbb{R}$ Contient aussi les nombres tels que : $\sqrt{2}\,;\pi;....$



6- lien entre les ensembles de nombres



On peut alors écrire : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

II. Operations dans IR et règles decalcul

Pour tous les nombres $a,b,c \ et \ d$; on a:

$a+(-b)=a-b$	$a-(-b)=a+b$	Formules concernant additions, soustractions et opposés.
$a+(b+c)=a+b+c$	$a+(b-c)=a+b-c$	
$a-(b+c)=a-b-c$	$a-(b-c)=a-b+c$	
$-(a+b)=-a-b$	$-(a-b)=-a+b$	

$a\times(-b)=(-a)\times b=-(a\times b)=-ab$	$\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$	Formules liant multiplications, divisions et opposés.
$(-a)\times(-b)=a\times b=ab$	$\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$	

$a\times(b\times c)=a\times b\times c=abc$	$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$	Formules concernant multiplications, divisions et inverses.
$a\times\frac{b}{c}=\frac{a\times b}{c}=\frac{ab}{c}$	$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}=\frac{ac}{bd}$	$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

$a\times(b+c)=a(b+c)=a\times b+a\times c=ab+ac$	$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$	Formules reliant multiplications et divisions avec additions et soustractions.
$a\times(b-c)=a(b-c)=a\times b-a\times c=ab-ac$	$\frac{a-b}{c}=\frac{a}{c}-\frac{b}{c}$	

$(a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$	Développements de produits de sommes et de différences.
$(a+b)\times(c-d)=ac-ad+bc-bd$	
$(a-b)\times(c+d)=ac+ad-bc-bd$	
$(a-b)\times(c-d)=ac-ad-bc+bd$	

$a+a=2\times a=2a$	$a+a+a=3\times a=3a$	Double et triple d'un réel.
$a\times a=aa=a^2$	$a\times a\times a=aaa=a^3$	Carré et cube d'un réel.

III. Puissances et radicaux

1. Définition : n est un entier naturel et a un nombre réel quelconque

$$a^n=\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\ facteurs} \quad \text{et} \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \text{ si } a\neq 0$$

Convention : lorsque $a\neq 0$, on pose $a^0=1$. De plus , $a^{-1}=\frac{1}{a}$; c'est l'inverse de a.

Cas particuliers : les puissances de 10 :

$$10^5=1\underbrace{00000}_{5\ zéros} \quad \text{et} \quad 10^{-4}=\frac{1}{10^4}=\frac{1}{10000}=\underbrace{0{,}000}_{4\ zéros}1$$

2. Propriétés :

Soient a et b deux nombres réels différents de 0 ; n et m sont des nombres entiers relatifs.

- $a^m\times a^n=a^{m+n}$; $(a^m)^n=a^{m\times n}$; $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$.

- $(ab)^n = a^n b^n$; $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

ATTENTION : $(a+b)^n \neq a^n + b^n$ et $a^{m^n} \neq \left(a^m\right)^n$

- Si $a \geq 0$ alors $\sqrt{a^2} = a$
- Si $a \leq 0$ alors $\sqrt{a^2} = -a$.
- $a \geq 0$ et $b \geq 0$ alors : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ et $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq 0$

3. Ecriture scientifique

Tout nombre décimal b peut être écrit sous la forme :

$$b = a \times 10^n \text{ avec } 1 \leq a < 10 \text{ et } n \in \mathbb{Z}$$

Cette écriture s'appelle : **l'écriture scientifique** du nombre décimal b

10^n , s'appelle : **l'ordre de grandeur** du nombre décimal b

si b est négatif alors $b = -a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et $n \in \mathbb{Z}$.

IV. Développement – factorisation

1. Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

2. Factoriser une expression, c'est l'écrire sous forme d'un produit.

3. Identités remarquables :

Soient a et b deux nombres réels. On a :

Identités remarquables du 2ième degré	Identités remarquables du 3ième degré
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a+b)(a+b) = a^2 - b^2$	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
Attention ! $a^2 + b^2$ ne se factorise pas	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$