



## I. Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$

### a. Les nombres entiers :

#### ❖ Ensemble : $\mathbb{N}$

Les nombres entiers naturels forment un ensemble appelé ensemble des nombres entiers naturels on le note  $\mathbb{N}$ .

- On écrit :  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  on dit que  $\mathbb{N}$  est écrit en extension .
- L'ensemble  $\{1, 2, 3, \dots\}$  est note  $\mathbb{N}^*$ , on a  $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$ .

#### ❖ Ensemble $\mathbb{Z}$

Les nombres entiers relatifs forment un ensemble appelé ensemble des nombres entiers relatifs on le note  $\mathbb{Z}$ .

- On écrit :  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  on dit que  $\mathbb{Z}$  est écrit en extension .
- L'ensemble  $\{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$  est note  $\mathbb{Z}^*$ . on a  $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$ .
- L'ensemble  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$  est l'ensemble des entiers positifs, on note  $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$ . on a  $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z}$  ( ou encore  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$  )
- L'ensemble  $\{1, 2, 3, \dots\}$  est l'ensemble des entiers strictement positifs, on note  $\mathbb{Z}^{+*} = \mathbb{N}^*$ .
- L'ensemble  $\{0, -1, -2, -3, \dots\}$  est l'ensemble des entiers négatifs, on note  $\mathbb{Z}^-$ . on a  $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$ .
- L'ensemble  $\{-1, -2, -3, \dots\}$  est l'ensemble des entiers strictement négatifs, on note  $\mathbb{Z}^{-*}$ .
- **Remarque :**
  - ✓ les chiffres sont : 0 et 1 et 2 et 3 et 4 et 5 et 6 et 7 et 8 et 9 .
  - ✓ les nombres sont : 0 et 1 et 2 et 3 et 4 et 5 et 6 et 7 et 8 et 9 et 10 et 11 et 12 ....
  - ✓  $\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ = \mathbb{Z}$

### b. Les nombres décimaux :

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire par un nombre fini de chiffres après la virgule . par exemple -15,237 et 0,21 et  $\frac{3}{4} = 0.75$  sont des nombres décimaux ; mais

$\frac{2}{3} = 0,666666\dots$  n'est pas un nombre décimal . pour comprendre la définition mathématique exacte de l'ensemble des nombres décimaux .

On Remarque :  $-15,237 = -\frac{15237}{1000} = -\frac{15237}{10^3}$  et  $0,21 = \frac{21}{100} = \frac{21}{10^2}$ .

❖ D'ou : Les nombres décimaux forment un ensemble appelé ensemble des nombres décimaux on le note  $\mathbb{D}$ . Avec :  $\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^p} / a \in \mathbb{Z}, p \in \mathbb{N} \right\}$ .

#### ❖ Remarque :

$$17 = \frac{17}{10^0} \in \mathbb{D} \text{ et } -5 = \frac{-5}{10^0} \in \mathbb{D} \text{ d'ou : } \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \text{ et } \mathbb{N} \subset \mathbb{D} .$$



### c. Les nombres rationnels :

On a :  $\frac{2}{3} = 0,6666666... \notin \mathbb{D}$  .  $\frac{2}{3}$  est un nombre rationnel ( du latin ratio= fraction ) . chaque nombre rationnel peut s'écrire sous la forme  $\frac{a}{b}$  avec a et b sont des entiers ( avec  $b \neq 0$  on préfère  $b > 0$  ) . on note l'ensemble des nombres rationnels par  $\mathbb{Q}$

#### Remarque :

- ✓ On a de même  $\mathbb{Q}^*$  et  $\mathbb{Q}^+$  et  $\mathbb{Q}^-$  .
- ✓  $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$  mais  $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$  .  $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$  mais  $\frac{3}{4} \in \mathbb{D}$  .
- ✓ Tout nombre rationnel admet une infinité de représentants par exemple :  
 $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{15}{20} = \frac{-3}{-4}$  le représentant privilégié est la fraction irréductible  $\frac{3}{4}$  .
- ✓  $\frac{3}{4}$  est une fraction et 0,75 est son développement décimal .
- ✓ Considérons les développement décimal de quelques nombre rationnels :
  - $\frac{1}{3} = 0,3333... = 0,\bar{3}$  .  $\frac{1}{11} = 0,09090909... = 0,\overline{09}$  .  $\frac{47}{37} = 1,270270270... = 1,\overline{270}$  .
  - $\frac{7}{101} = 0,069306930693... = 0,\overline{0693}$  .  $\frac{47}{41} = 1,146341463414634... = 1,\overline{14634}$  .

#### ❖ Théorème :

Dans le développement décimal de tout nombre rationnel il y a une suite de chiffres qui se répète indéfiniment , appelle période de ce nombre rationnel .

### d. Les nombres réels :

#### Exemples :

$\sqrt{2} = 1,41421356... . \pi = 3,141592653589....$  . Sont des nombres irrationnels .

- Les nombres rationnels et les nombres irrationnels forment un ensemble appelé ensemble des nombres reels on note cet ensemble par :  $\mathbb{R}$  .
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  .
- $\mathbb{R}^*$  est l'ensemble des nombres réels non nuls .
- $\mathbb{R}^+$  est l'ensemble des nombres réels positifs .
- $\mathbb{R}^{+*}$  est l'ensemble des nombres réels positifs non nuls .
- $\mathbb{R}^-$  est l'ensemble des nombres réels négatifs .
- $\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}$  et  $\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$

## II. Règles de calculs:

### a. Pour les fractions :

Soient a et b et c et d des nombres réels avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$  .

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{ad} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - b \times c}{ad} .$$



$$\blacksquare \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{a \times d} \quad \text{et} \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} .$$

**b. Les racines carrées :**

❖ **Définition :**

La racine carrée d'un nombre positif  $x$  est le nombre positif  $a$  dont  $a^2 = x$  le nombre  $a$  est noté  $a = \sqrt{x}$  (càd  $\sqrt{a^2} = x$ ).

**c. Identités remarquables :**

$a$  et  $b$  sont des nombres reels .

$(a+b)^2 = a^2 + 2a \times b + b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 \times b + 3ab^2 + b^3$	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
$(a-b)^2 = a^2 - 2a \times b + b^2$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2 \times b + 3ab^2 - b^3$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		

**d. Puissances de 10 :**

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} = \underbrace{1000\dots0}_{n \text{ zéros}} \quad \text{et} \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00\dots01}_{n \text{ zéros}}$$

**e. Ecriture scientifique :**

Ecrire un nombre  $b$  en écriture scientifique c'est de l'écrire sous la forme :

$$b = \underbrace{a}_{\text{nombre entre 1 et 10 exclu}} \times 10^n$$

$ b  \leq 1$ ( $-1 \leq b \leq 1$ ) $n$ est positif	$ b  > 1$ ( $-1 < b$ ou $b > 1$ ) $n$ est négatif
$b = 5,4 = 5,4 \times 10^0$	$b = -0,4 = 4 \times 10^{-1}$
$b = 47,3 = 4,73 \times 10^1$	$b = 0,043 = 4,3 \times 10^{-2}$
$b = -5110 = -5,11 \times 10^3$	$b = -0,00757 = 7,57 \times 10^{-3}$
$b = 59,4 = 5,94 \times 10^1$	$b = -\frac{2}{5} = -0,4 = 4 \times 10^{-1}$
$b = \frac{7}{4} = 1,75 = 1,75 \times 10^0$	$b = -0,00009999 = 9,999 \times 10^{-5}$