Tronc Commun

Série 1 : Produit scalaire

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle , tel que : $AB=\sqrt{7}$, $AC=2$ et $BC=3$

1. Calculer $\cos\left(B\widehat{A}C\right)$ et montrer que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=1$
2. On considère le point M tel que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$
   a. Calculer $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC}$
   b. Montrer que les droites (MB) et (AC) sont orthogonaux.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle, tel que : $AB=2\sqrt{3}$, $AC=1$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-3$

1. Trouver la mesure d'angle $B\widehat{A}C$.
2. Soit I le milieu du segment $[BC]$, calculer BC et en déduire la valeur de AI .

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle, tel que : $AB=6$, $AC=5$ et $BC=7$

1. Montrer que : $\cos\left(B\widehat{A}C\right)=\frac{1}{5}$
2. a. calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
   b. en déduire que : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=30$
3. Soit H le projeté orthogonal du point A sur $[BC]$. calculer la distance BH .

Exercice 4 :

Soient A et B deux points du plan tel que : $AB=6$

1. Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-\frac{1}{4}AB^2$ tel que I est le milieu du segment $[AB]$.
2. En déduire l'ensemble des points M du plan dans les cas suivants :
   a. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=-9$
   b. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=7$
   c. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=-12$
   d. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle, tel que : $AB = \sqrt{7}$, $AC = 5$ et $BC = 2$

1. montrer que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 14$.
2. montrer que : $\cos\left(B\widehat{A}C\right) = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.
3. soit H le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB). Calculer la distance AH .
4. soit I le milieu du segment $[BC]$.calculer la distance AI .
5. On considère le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{12}{25}\overrightarrow{AC}$
   a. Calculer $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC}$
   b. Montrer que les droites (MB) et (AC) sont orthogonaux.