Exercice 01:

Soit ABC un triangle, I le milieu de $[BC]$,

On donne : $\widehat{AIB} = 60°$; $BI = CI = 2$ et $AI = 3$

Calculer:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$; $AB^2 + AC^2$; $AB^2 - AC^2$; AB et AC

Exercice 02:

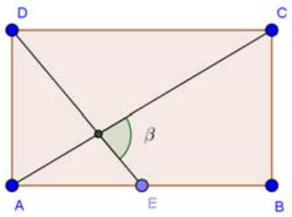
Soient ABC un triangle équilatéral de coté 5 cm, I est le milieu de $[BC]$

Calculer les produits scalaires suivants:

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CI}$; $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AI}$

Exercice 03:

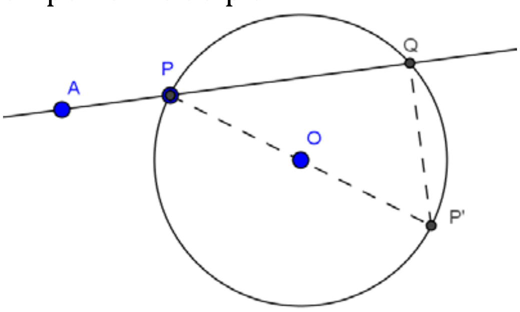
Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AD = 3$ et $AB = 5$.
E est le milieu de $[AB]$



1. Calculer les longueurs AC et DE
2. En exprimant chacun des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DE}$
3. En déduire la valeur de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{DE},\overrightarrow{AC}}\right)$ en degré

Exercice 04:

(C) est un cercle de centre O , de rayon r et A un point fixé du plan



Le but du problème est d'établir la propriété suivante:

Quelle que soit la droite (D) passant par A , coupant le cercle (C) en deux points P et Q , le produit scalaire $\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{AQ}$ est constant.

1. Soit P' le point diamétralement opposé à P .
   Démontrer que $\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP}.\overrightarrow{AP'}$
2. Démontrer que $\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{AP'} = AO^2 - r^2$
3. conclure

Exercice 05:

Le but de cet exercice est de démontrer, à l'aide du produit scalaire, que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Soit ABC un triangle. On note A', B' et C' les projetés orthogonaux respectifs de A, B et C sur (BC) ,(AC) et (AB)). On note H le point d'intersection de (AA') et (BB')

(on ne sait pas encore que $H \in (CC')$).

1. Justifier les valeurs des produits scalaires $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}$
2. Calculer $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$ (décomposer $\overrightarrow{BC}$) .Conclure.
3. En déduire que $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'}$

Exercice 06:

Soit un triangle ABC et K le projeté orthogonal de A sur (BC) On donne $AB = 6$, $BK = 4$ et $KC = 7$.

1. I est le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité du triangle ABC . Faire une figure.
2. Calculer les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{IG}.\overrightarrow{IB}$, ainsi que la somme : $\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GB}.\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GC}.\overrightarrow{AC}$.
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BC} = 44$
4. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tel que : $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{AC} = 0$.

.**Exercice 07**.

[AB] est un segment de milieu I et $AB = 2\,cm$

1. Démontrer que, pour tout point M du plan : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$.
2. Trouver et représenter l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 = 14$

Exercice 08:

On considère un segment $[AB]$ avec $AB = 10\ cm$.

Déterminer l'ensemble des points M tels que :

1. $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1$.
2. $MA^2 + MB^2 = 5$.

Exercice 09:

1. Soit $ABCD$ un rectangle de centre I et M un point quelconque du plan. Démontrer que : $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$.
2. Soit $ABCD$ un parallélogramme. A quelle condition sur le quadrilatère $ABCD$ on t-on $MD^2 - MC^2 = MA^2 - MB^2$ pour tout point M du plan.