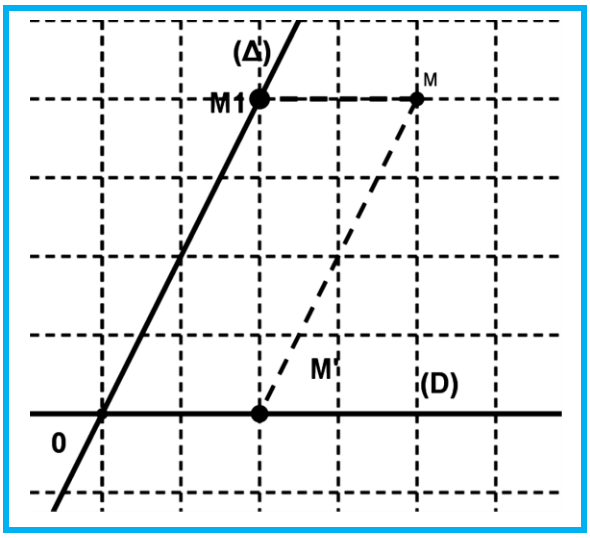
I. Projection d'un point sur une droite parallèlement à une autre droite

a. Activité :



1. Que représente le point M' pour le point M par rapport aux droites (D) et (Δ) ?
2. Que représente le point M_1 pour le point M par rapport aux droites (D) et (Δ) ?

b. Vocabulaire :

- Le point M' est appelé projection du point M sur (D) parallèlement à la droite (Δ).
- La droite (Δ) est appelé la direction de la projection .
- Le point M_1 est appelé projection du point M sur (Δ) parallèlement à la droite (D).

c. Définition :

- (D) et (Δ) sont deux droites sécantes en O .
- M est un point du plan (P) .
- La droite qui passe par le point M et parallèle à la droite (Δ) coupe la droite (D) en un point M' est appelé la projection du point M sur (D) parallèlement à la droite (Δ).

d. Remarques :

- La relation qui relie tout point M du plan (P) on associe un point unique M' de (P) ; cette relation on le note par p ou q ..
- Cette relation on la schématise de la façon suivante $\begin{aligned} p\ :\ (P) &\to (P) \\ M &\mapsto p(M)=M' \end{aligned}$.
- $p(M)=M'$; On dit que M a pour image le point M' par la projection p .(ou bien M' est l'image de M par rapport à la projection p .

e. Exercice :

La projection sur un axe :

✓ (D) et (Δ) sont deux droites sécantes en O rapportés respectivement aux repères $(O,\overrightarrow{OA})$ et $(O,\overrightarrow{OB})$.

✓ Le point M' est la projection du point M sur (D) parallèlement à la droite (Δ). On a $\overrightarrow{OM'}=x\overrightarrow{OA}$ avec x est l'abscisse du point M' par rapport au repère $(O,\overrightarrow{OA})$

✓ Le point M_1 est la projection du point M sur (Δ) parallèlement à la droite (D). On a $\overrightarrow{OM_1}=y\overrightarrow{OB}$ avec x est l'abscisse du point M' par rapport au repère $(O,\overrightarrow{OA})$

1. Montrer que : $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$.

f. Cas particulier :

- Si $(\Delta)\perp(D)$, le point M' est appelé la projection orthogonale de M sur la droite (D) .
- La relation p est appelé la projection orthogonale dans le plan (P) .
- Si $(\Delta)\not\perp(D)$ La relation p est appelé projection oblique ou simplement projection .

II. Exprimons théorème de Thales et la réciproque du théorème de Thales en utilisons la projection :

a. Activité :

1. Enoncé le théorème direct de Thales puis l'exprimer en utilisant la projection .
2. Enoncé le théorème réciproque de Thales puis l'exprimer en utilisant la projection .

b. théorème direct de Thales :

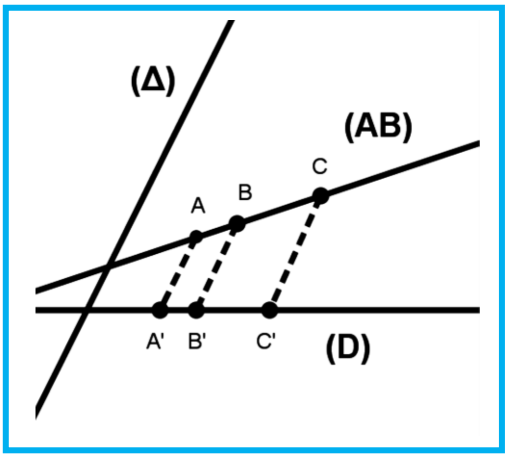
- (D_1) et (D_2) sont deux droites sécantes en O
- Soient A et B deux points distincts de de O
- Soient A' et B' deux points de distincts de O
- les droites $(AA')//(BB')$

alors $\frac{OB}{OA}=\frac{OB'}{OA'}=\frac{BB'}{AA'}$

théorème direct de Thales exprimer en utilisant la projection :

- (D) et (Δ) sont deux droites sécantes à une troisième droite.
- A et B et C trois points distincts alignés tel que (AB) n'est pas parallèle à (Δ)
- A' et B' et C' leurs projections respectivement sur (D) parallèlement à (Δ)

alors $\frac{AC}{AB}=\frac{A'C'}{A'B'}$



c. théorème réciproque de Thales :

- (D) et (Δ) sont deux droites sécantes en A.
- A et B et C sont trois points de (D) A' et B' et C' sont trois points de (Δ) dans le même ordre que A et B et C
- $\frac{AC}{AB}=\frac{AC'}{AB'}$

alors $(BB')//(CC')$

théorème réciproque de Thales exprimer en utilisant la projection :

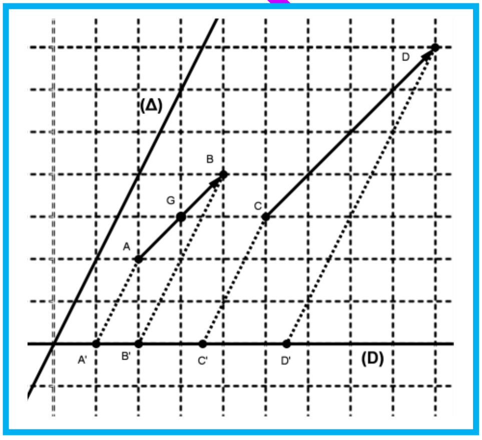
- (D) et (Δ) sont deux droites sécantes
- A et B et C trois points distincts et non alignés du plan (P)
- A' et B' sont les projections de A et B respectivement sur (D) parallèlement à (Δ).
- C est un point de (D) tel que A' et B' et C' sont dans le même ordre de A et B et C et $\frac{A'C'}{A'B'} = \frac{AC}{AB}$

alors C' est la prjection de C sur (D) parallèlement à (Δ)

III. Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs :

a. Activité :

On considère la figure ci-contre :



1. Construire G' la projection de G sur (D) parallèlement à la droite (Δ).
2. Ecrire $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ .Puis $\overrightarrow{A'G'}$ en fonction de $\overrightarrow{A'B'}$.
3. Ecrire $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ .Puis $\overrightarrow{A'B'}$ en fonction de $\overrightarrow{C'D'}$.
4. Donner la propriété :

b. Propriété :

- (D) et (Δ) sont deux droites sécantes
- A et B et C et D et I sont des points plan (P)
- A' et B' et C' et D' et I' sont leurs projections respectivement sur (D) parallèlement à (Δ).
- $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$
- I est le milieu de $[AB]$

alors
- $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$
- I' est le milieu de $[A'B']$

c. Remarque :

- Dans l'écriture $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ le nombre k s'appelle le coefficient de colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$.
- Dans la propriété si $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ alors $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$ on dit la projection conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs