I. Repère dans le plan

1. Définitions

$(O;\vec{i};\vec{j})$ est un repère du plan

- Si $\vec{i} \perp \vec{j}$ alors, le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ est dit **orthogonal**
- Si $\vec{i} \perp \vec{j}$ et $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$ alors, le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ est dit **orthonormal.**

2. Coordonnées d'un point – Coordonnées d'un vecteur dans un repère

- Un point M a pour coordonnées $(x;y)$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ Signifie que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
  On note $M(x;y)$
- Dire que le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $(x;y)$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, signifie que
  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. On note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

3. Propriétés :

Le plan est muni d'un repère Orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ et soient $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs et $k \in \mathbb{R}$

$A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points du plan. On a:

• $\vec{u} = \vec{v}$ équivaut à $(x = x'$ *et* $y = y')$. • $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$ • $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$	• Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ • Le point I milieux du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ • La distance : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

4. Condition de colinéarité

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère du plan. $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ Deux vecteurs.

- $\det(\vec{u},\vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$
- $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **colinéaires** si et seulement si $\det(\vec{u},\vec{v}) = 0$

II. Détermination d'une droite

$A(x_0;y_0)$ un point du plan muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ un vecteur non nul

1. Droite définie par un point et un vecteur directeur

- $d(A;\vec{u}) = \{M \in (P) / \overrightarrow{AM} = k\vec{u}$ *et* $k \in \mathbb{R}\}$
- $M \in d(A;\vec{u})$ si et seulement si $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u}) = 0$

2. Représentation paramétrique d'une droite

Théorème :

La droite $(D) = d(A;\vec{u})$ a une représentation paramétrique de la forme : $\begin{cases} x = x_0 + k\alpha \\ y = y_0 + k\beta \end{cases}$ $(k \in \mathbb{R})$.

3. Equation cartésienne d'une droite

Théorème :

Soient a,b et c trois réels tels que $(a;b) \neq (0;0)$.

$(D) = \{M(x;y) \in (P) / ax+by+c=0\}$ est la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Toute droite (D) a une équation de la forme $ax+by+c=0$ appelée **équation cartésienne**.

Cas particulier :

- Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées, a une équation cartésienne du type $x=a$
- Toute droite parallèle à l'axe des abscisses, a une équation cartésienne du type $y=b$
- Si $b \neq 0$, alors, (D) a une équation de la forme $y=mx+p$ dite **équation réduite** de (D)
  (m son coefficient directeur et p est l'ordonnée à l'origine)

III. Positions relatives de deux droites

Théorème :

Soient A et B deux points du plan et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

Les droites $d(A;\vec{u})$ et $d(B;\vec{v})$ sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Conséquences :

- Deux droites (D) et (D') d'équations respectives $ax+by+c=0$ et $a'x+b'y+c'=0$ sont parallèles si et seulement si $ab'-ba'=0$
- Si les droites (D) et (D') sont sécantes alors le point d'intersection est solution du système
  $\begin{cases} a\,x+b\,y\;+c\;=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$