Exercice 01:

Comparer les nombres a et b dans les cas suivants:

1. $a = 4\sqrt{2}$ et $b = 5,65$
2. $a = \dfrac{1}{14\sqrt{5}}$ et $b = \dfrac{1}{31}$
3. $a = x\sqrt{x+1}$ et $b = (x+1)\sqrt{x}$

Exercice 02:

On pose $a = \dfrac{4+\sqrt{2}}{7}$ et $b = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

1. Montrer que $a - b = \dfrac{8-5\sqrt{2}}{14}$
2. Comparer a et b

Exercice 03:

a et b sont deux réels strictement positifs.

Comparer A et B :

1. $A = ab+1$ et $B = (a+1)(b+1)$
2. $A = \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}$ et $B = 2$

Exercice 04:

a et b Deux réels tels que : $|a-2| < 1$ et $-1 < b < 0$

1. Vérifier que $1 < a < 3$
2. Donner un encadrement de $a+b$ et ab
3. Déterminer le signe de $a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$

Exercice 05:

Sachant que : $-6 \le x \le 5$ et $-2 \le y \le -1$, donner un encadrement de $x+y$; $x-y$; xy ; $\dfrac{1}{y}$ et $\dfrac{x}{y}$

Exercice 06:

Soient deux réels x et y strictement positifs.

1. Montrer que : $\dfrac{2}{x^2+y^2} \le \dfrac{1}{xy}$
2. Montrer que : $\dfrac{x+y}{x^2+y^2} \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)$
3. Montrer que : $\dfrac{x+y}{2} \ge \sqrt{xy}$

Exercice 07:

x et y deux réels tels que $0 < x < y$

1. Montrer que : $x^2 < xy < y^2$
2. Montrer que si $xy = 15$ alors $x < \sqrt{15} < y$
3. Montrer que $\dfrac{931}{241} < \sqrt{15} < \dfrac{3615}{931}$

Exercice 08:

Sur une droite graduée, exprimer ce qui suit en utilisant les distances puis résoudre géométriquement les équations suivantes :

$|x| = 1$; $|x-2| = 1$; $|3-x| = 2$; $|2x-3| = 6$

Exercice 09:

Soient a et b deux réels tels que :

$a \ge -2$; $b \le -1$ et $a - b = 6$

1. Calculer : $A = \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(b+1)^2}$
2. Montrer que : $a \le 5$ et $b \ge -8$
3. Déterminer la valeur de l'expression :
   $B = |a+b-4| + |a+b+10|$

Exercice 10:

Déterminer a et r tels que chacune des relations suivantes soit équivalente à $|x-a| \le r$:

$x \in [1;3]$; $-1 \le x \le 5$; $5 \le x-3 \le 7$; $5 \le 2x-1 \le 9$

Exercice 11:

Soient a et b deux réels tels que : $0 < a \le b \le 2a$

1. Montrer que : $(a-b)(2a-b) \le 0$
2. Développer $(a-b)(2a-b)$ et $\left(a\sqrt{2}-b\right)^2$
3. On pose : $A = \dfrac{2a^2+b^2}{3ab}$

   a. Montrer que $\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \le A \le 1$

   b. Montrer que $\dfrac{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}{6}$ est une valeur approchée de A à la précision $\dfrac{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}{6}$