Exercice 01:

Soit f la fonction définie par: $f(x)=|x+1|-|x-1|$

1. Etudier la parité de la fonction f
2. Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}$; $-2\le f(x)\le 2$
3. Résoudre les équations: $f(x)=2$ et $f(x)=-2$ et déduire les extremums de la fonction f sur $\mathbb{R}$

Exercice 02:

Soit f la fonction définie par: $f(x)=-x^2+2x+1$

Et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. Ecrire $f(x)$ sous sa forme canonique
2. Etudier le sens de variation de f sur les intervalles $]-\infty;1]$ et $[1;+\infty[$
3. Quelle est la nature de la courbe (Cf) , préciser ses éléments caractéristiques
4. Tracer la courbe (Cf) et la droite d'équation $y=x-1$ dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
5. Résoudre graphiquement l'inéquation: $f(x)\ge x-1$

Exercice 03:

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{1-x}{2-x}$

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de f

b. Déterminer s'il existe l'antécédent de $\dfrac{1}{3}$ par f

c. Est-ce que le nombre 1 a des antécédents ?

2. a. a et b sont deux réels de $]-\infty;2[$.
   Comparer $f(a)$ et $f(b)$ sachant que $a<b$

b. Déduire que pour tout $x\in[0;1]$ on a $f(x)\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$

Exercice 04:

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{2x-5}{x-4}$

1. Déterminer Df et vérifier que pour tout x de Df , $f(x)=2+\dfrac{3}{x-4}$
2. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $]-\infty;4[$
3. Soit g la fonction définie par: $g(x)=(x+4)^2+f(x)$.
   Déterminer le sens de variation de g sur $]-\infty;4[$

Exercice 05:

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{a+|x|}{b|x|+2}$

1. Déterminer les réels a et b sachant que :
   $f(4)=-4$ et $f(1)=5$
2. On prend les valeurs de a et b déjà trouvées
   a. Déterminer l'ensemble de définition de f
   b. Montrer que f est paire
   c. Ecrire $f(x)$ sous la forme $\beta+\dfrac{A}{|x|-\alpha}$
   d. Etudier le sens de variation de f sur Df

Exercice 06:

On considère les deux fonctions f et g définies par:

$f(x)=-\dfrac{1}{4}(x+2)^2+1$ et $g(x)=-2+\dfrac{4}{x+2}$

1. Déterminer la nature de chacune des courbe représentatives respectivement de f et de g ; ainsi que leurs éléments caractéristiques
2. Tracer (Cf) et (Cg) dans un repère orthogonal
3. Déterminer $(Cf)\cap(Cg)$
4. Résoudre graphiquement les inéquations:
   a. $\dfrac{1}{4}x^2+x-\dfrac{2x}{x+2}>0$ b. $-1<\dfrac{2x}{x+2}\le 0$

Exercice 07:

1. Soit f la fonction définie par $f(x)=-\dfrac{1}{2}(x-1)^2$

Etudier la fonction f et tracer (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

2. Soit g la fonction définie par $g(x)=-\dfrac{1}{2}(|x|-1)^2$
   a) Montrer que g est paire
   b) Dresser le tableau de variation de g
3. Soit h la fonction définie par $h(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+|x|+\dfrac{1}{2}$
   Tracer la courbe représentative de h en utilisant celle de g
4. Soit m un réel. Pour quelle valeur de α , l'équation: $\dfrac{1}{2}x^2-|x|=\dfrac{1}{2}-m$, possède –t-elle quatre solutions?
5. Soit (Δ) la droite d'équation $y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$
   a. Tracer (Δ) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
   b. Montrer que (Δ) coupe (Cf) en deux points A et B que l'on précisera.