

Durée du devoir : 60 mn	Devoir surveillé (produit scalaire)	TCS prof: atmani najib
----------------------------	--	---------------------------

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.  
L'usage de la calculatrice est autorisé.

### Exercice 1 : (15 points)

Soit  $ABC$  un triangle tel que :  $CB = 4$  ,  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$  et  $\angle BCA = \frac{\pi}{4}$

1. a) Montrer que  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = CB^2 - \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$   
 b) Montrer que :  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4$   
 c) Déduire que  $CA = \sqrt{2}$
2. En utilisant le théorème d'AL-KASHI,  
montrer que  $AB = \sqrt{10}$
3. Soit  $I$  le milieu de  $[BC]$   
Montrer que  $AI = \sqrt{2}$
4. Soit  $D$  le point tel que :  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC})$   
 a) Montrer que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -2$  (en utilisant  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$ )  
 b) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$  et que  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$   
 c) Déduire que  $(AD)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires

### Exercice 2 : (5 points)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans l'intervalle  $[0; 4\pi]$  l'équation :

$$\sqrt{2} \cos(x) - 1 = 0$$