



Devoir surveillé (4)
Mathématiques
(06 Juin 2017)



Questions indépendantes (6 p)

1) Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes définies par :

3 a) $f(x) = \frac{2x}{x^2 - x}$ b) $g(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$ c) $h(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-4}$.

2) ABC est triangle. Le point D est l'image de A par la translation de vecteur \overrightarrow{BC} . Le point I est le milieu de $[AB]$. Déterminer le point J l'image de I par $t_{\overrightarrow{BC}}$.

3) Soit ABC un triangle tel que $\hat{A} = 60^\circ$, $AB = 3$ et $AC = 4$.
Calculer la distance BC .

4) Montrer que π est une période de la fonction f définie par :

$$f(x) = \sin x \cos x.$$

Exercice (1) (6,5 p)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) .

1) Montrer que $f(x) = (x-2)^2 - 1$.

2) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $[2; +\infty[$ et $]-\infty; 2]$.

3) Construire le tableau de variations de f .
En déduire la valeur minimale de f .

4) Calculer $f(0)$, $f(1)$ et $f(3)$.

5) Construire (C) la courbe de f .

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Exercice (2) (6 p)

Soit $ABCD$ un trapèze dont les bases $[AB]$ et $[CD]$ ont pour milieux respectifs I et J et telles que $AB = 4$ et $CD = 6$. On note O le point d'intersection des droites (AD) et (BC) .

On note h l'homothétie de centre O qui transforme A en D .

0,5

1) En utilisant le théorème de Thalès montrer que $\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{DC}$.

1

2) Montrer que le rapport de h est $\frac{3}{2}$.

1

3) Montrer que $h(B) = C$.

1,5

4) Montrer que $h(I) = J$. En déduire que les points O , J et I sont alignés.

5) Soit K est le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$. On considère l'homothétie h' de centre K qui transforme A en C .

1

a) Montrer que le rapport de h' est $-\frac{3}{2}$.

1

b) Montrer que les points O , I , K et J sont alignés

Exercice (3) (1,5)

La figure représente un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 5$ et $BC = 3$. Un triangle ABF équilatéral et BCE un triangle rectangle et isocèle de sommet C . Soit H le milieu du segment $[AB]$.

Calculer les produits scalaires suivants :

1,5

- a) $\vec{AB} \cdot \vec{AH}$
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{AF}$
- c) $\vec{BD} \cdot \vec{CE}$
- d) $\vec{BE} \cdot \vec{BA}$

