

Durée du devoir : 90 mn	Devoir surveillé	TCSF prof: atmani najib
----------------------------	------------------	----------------------------

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 : (5 points)

On pose : $a = 180$ et $b = 2 \times 3^2 \times 5^2$

1. Ecrire sous forme d'un produit de nombres premiers l'entier a.
2. Calculer PGCD(a ;b) et PPCM(a ;b).
3. Déduire la forme irréductible de $\frac{a}{b}$
4. Déterminer le plus petit dénominateur commun puis calculer la somme : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Exercice 2 : (4 points)

On pose : $a = 3^2 + 5^3$ et $b = 2^2 \times 3 + 5 \times 3^2 \times 2$

1. Ecrire sous forme d'un produit de nombres premiers l'entier b.
2. Sans calcul, les deux entiers a et b sont ils premiers ?.
3. L'entier 173 est il premier ?.

Exercice 3 : (3 points)

1. a) Déterminer les diviseurs de 21.
b) Déterminer tous les couples (x;y) d'entiers naturels tel que $(x + 2)(y + 3) = 21$.
2. Soit a et b deux entiers tel que $a < b$
Montrer que si p divise a et b alors p divise $b - a$.

Exercice 4 : (8 points)

ABC est un triangle, I , J et K sont des points tel que $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$

1. Construire une figure convenable.
2. Ecrire chacun des deux vecteurs \overrightarrow{IJ} et \overrightarrow{JK} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
3. Montrer que $3\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.
4. Déduire que les points I , J et K sont alignés.
5. On considère le point H tel que $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AJ}$
 - a) Placer le point H sur la figure.
 - b) Déterminer la nature du quadrilatère ABHC.
 - c) Déduire que les deux droites (BH) et (AK) sont parallèles.