

Exercices sur les vecteurs

EXERCICE 1 :

En décomposant \vec{CB} en $\vec{CA} + \vec{AB}$, exprimer les vecteurs suivants en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

$$\vec{u} = 2\vec{AB} - 3\vec{CB} ; \vec{v} = \frac{1}{5}\vec{AB} - 3\vec{CB}.$$

EXERCICE 2 :

ABCD est un quadrilatère convexe ; I est le milieu de [AB], J celui de [BC], K celui de [CD] et L celui de [DA].

1. Comparer les vecteurs \vec{IJ} et \vec{LK} .
2. En déduire la nature du quadrilatère IJKL.

EXERCICE 3 :

ABC est un triangle ; A' est le milieu de [BC].

On se propose de démontrer la propriété :

« Dire que G est le centre de gravité de ABC équivaut à dire que G est le point tel que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$. »

1. Quelle égalité vectorielle entre \vec{GA} et $\vec{GA'}$ caractérise le centre de gravité ?
2. a) Prouver que : $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GA'}$.
b) En déduire que : « $\vec{GA} = -2\vec{GA'}$ équivaut à : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ ». Conclure.

EXERCICE 4 :

ABC est un triangle tel que le point A' est le milieu de [BC], B' celui de [CA] et C' celui de [AB].

1. a) Justifier que $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AA'}$.
b) De même, exprimer $\vec{BA} + \vec{BC}$ et $\vec{CA} + \vec{CB}$ en fonction d'un seul vecteur.
2. En déduire que $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{0}$.

EXERCICE 5 :

ABC est un triangle ; I est le milieu de [AB].

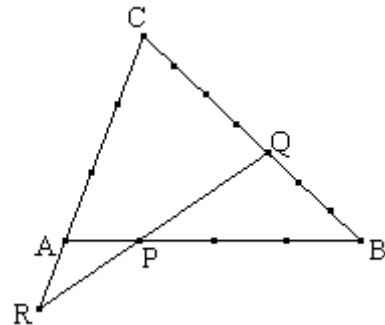
1. a) Construire le point J tel que $\vec{AJ} = -\vec{AC}$.
b) En déduire que $\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}$.
2. On note K le point tel que $2\vec{KB} + \vec{KC} = \vec{0}$.
a) Exprimer \vec{BK} en fonction de \vec{BC} . Construire K.
b) En déduire que $\vec{IK} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ et que $\vec{IJ} = 3\vec{IK}$.

Que dire alors des points I, J et K ?

EXERCICE 6 :

ABC est un triangle ; P est un point de (AB), Q un point de (BC) et R un point de (AC) disposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)

1. Donner les valeurs des réels α , β et γ tels que :
 $\vec{AP} = \alpha\vec{AB}$, $\vec{AR} = \beta\vec{AC}$ et $\vec{BQ} = \gamma\vec{BC}$.
2. Exprimer \vec{PR} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .
3. Démontrer que $\vec{PQ} = \frac{9}{28}\vec{AB} + \frac{3}{7}\vec{AC}$.
4. Justifier que $\vec{PQ} = -\frac{9}{7}\vec{PR}$. Que conclure ?



EXERCICE 7 :

OIJK est un parallélogramme. A, B et G sont trois points tels que $\vec{OA} = \frac{1}{2}\vec{OI}$, $\vec{OB} = \frac{1}{3}\vec{OK}$ et $\vec{AG} = \frac{3}{5}\vec{AB}$.

Choisir un repère pour démontrer que les points O, G et J sont alignés