

## Vecteurs : exercices

*Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document*

### Exercice 1 :

Simplifier les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

1)  $\vec{AB} - \vec{AC} - \vec{CB}$

4)  $\vec{AC} + 2\vec{CB} + \vec{BA}$

2)  $\vec{BC} - \vec{BA} + \vec{BD} - \vec{BC}$

5)  $2\vec{AB} - \vec{BC} - \vec{CA}$

3)  $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC} - \vec{BA}$

### Exercice 2 :

Développer et simplifier les expressions suivantes :

1)  $\vec{u} - 2(\vec{u} + \vec{v}) - \frac{1}{3}\vec{v}$

3)  $\frac{1}{2}(\vec{u} - \vec{v}) - \frac{1}{3}(\vec{u} + \vec{v})$

2)  $-\frac{2}{5}\vec{u} + \vec{u} - \frac{1}{4}(\vec{u} - \vec{v})$

### Exercice 3 :

Soit  $ABC$  un triangle. On considère les points  $D$  et  $E$  tels que  $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AB}$  et  $\vec{DE} = \frac{3}{2}\vec{BC}$ .

Montrer que  $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}$ .

Que peut-on en conclure sur les points  $A$ ,  $E$  et  $C$  ?

### Exercice 4 :

Soit  $ABC$  un triangle. On considère les points  $M$ ,  $N$  et  $P$  tels que  $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ ;  $\vec{CN} = \frac{1}{3}\vec{CA}$  et  $\vec{CP} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ .

Montrer que  $\vec{MN} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$ , puis que  $\vec{NP} = \vec{MN}$ .

Que peut-on en conclure ?

### Exercice 5 :

Soit  $ABC$  un triangle. On considère les points  $E$  et  $F$  tels que  $\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC}$  et  $\vec{AF} = \frac{3}{2}\vec{AC} + \vec{BA}$ .

Exprimer  $\vec{EF}$  en fonction de  $\vec{BC}$ .

Que peut-on en déduire sur les droites  $(EF)$  et  $(BC)$  ?

### Exercice 6 :

Soit  $ABC$  un triangle. On considère les points  $D$  et  $E$  tels que  $\vec{BD} = \frac{1}{3}\vec{BC}$  et  $\vec{AE} = \vec{AC} + 2\vec{AB}$ .

Montrer que les points  $A$ ,  $D$  et  $E$  sont alignés.

### Réponses exercice 1 :

1)  $\vec{0}$

4)  $\vec{CB}$

2)  $\vec{AD}$

5)  $3\vec{AB}$

3)  $\vec{AB}$

Réponses exercice 2 :

$$1) -\vec{u} - \frac{7}{3}\vec{v}$$

$$2) \frac{7}{20}\vec{u} + \frac{1}{4}\vec{v}$$

$$3) \frac{1}{6}\vec{u} - \frac{5}{6}\vec{v}$$

Réponses exercice 3 :

$$\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE} = \dots = \frac{3}{2}\vec{AC}. \text{ Les points } A, E \text{ et } C \text{ sont alignés.}$$

Réponses exercice 4 :

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AC} + \vec{CN} = \dots = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$$\vec{NP} = \vec{NC} + \vec{CP} = \dots = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$N$  est le milieu de  $[MP]$ .

Réponses exercice 5 :

$$\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF} = \dots = \frac{1}{2}\vec{BC}. \text{ Les droites } (EF) \text{ et } (BC) \text{ sont parallèles.}$$

Réponses exercice 6 :

On cherche à exprimer  $\vec{AD}$  en fonction de  $\vec{AE}$  en faisant apparaître  $\vec{AC}$  et  $\vec{AB}$ .

Comme l'énoncé nous donne  $\vec{BD}$ , on commence par décomposer  $\vec{AD}$  en  $\vec{AB} + \vec{BD}$ ...

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \dots = \frac{1}{3}(\vec{AC} + 2\vec{AB}) = \frac{1}{3}\vec{AE}.$$

Les points  $A, D$  et  $E$  sont alignés.