

●●●●● Série I ●●●●●

●●●●● Exercice 1 : _____

Soit m et n deux entiers naturels non nuls.

Étudier la parité des nombres suivants :

$$A = 4m + 1 \quad ; \quad B = 2n + 3 \quad ; \quad C = 2m + 6n + 2014$$

$$D = (2m + 1)^2 + 2^{n+1} \quad ; \quad E = n^2 + m^2 + n + m \quad ; \quad G = (2n + 1)^{2014} + (2m + 1)^{2015}$$

●●●●● Exercice 2 : _____

Soit a un nombre entier naturel non nul.

1)- Montrer que $a^{2014} + a^{2015}$ est un nombre pair .

2)- Montrer que $a + a^3$ est un nombre pair .

●●●●● Exercice 3 : _____

Soit a et b deux nombres entiers naturels tel que $a > 2b$

1)- Montrer que les nombres $a - 2b$ et $a + 2b$ ont la même parité

2)- Résolve dans $IN \times IN$ l'équation $a^2 - 4b^2 = 36$

●●●●● Exercice 4 : _____

Soit n un entier naturel

Montrer que si n^2 est pair, alors n est pair

●●●●● Exercice 5 : _____

Soient m et n deux entiers naturels tels que : $m > n$

1)- Montrer que $m + n$ et $m - n$ ont la même parité

2)- Résoudre dans $IN \times IN$ l'équation : $m^2 - n^2 = 196$

●●●●● Exercice 6 : _____

Soit a un nombre entier naturel impair. Montrer que $K = a^2 - 1$ est un multiple de 8

●●●●● Exercice 7 : _____

1)- Déterminer les diviseurs de 28 .

2)- Montrer que la somme des inverses de ces diviseurs est un entier naturel

●●●●● Exercice 8 : _____

1)- Soit n un entier naturel non nul .

Montrer que le nombre $n^2 + n$ est pair

2)- Montrer que le nombre $n^2 + 5n + 3$ est impair

3)- Montrer que le nombre $n^4 - n^2$ est multiple de 4

●●●●● Exercice 9 : _____

1)- Vérifier si les nombres 49 , 239 , 407 , 387 , 1559 , 8367 sont premiers .

2)- Décomposer en facteurs premiers les nombres 675 , 16650 , 5292 , 6250

●●●●● Exercice 10 : _____

Soit $A = 35280$ et $B = 218295$

1)- Décomposer en facteurs premiers le deux nombres A et B

2)- Déduire le $PGCD(A, B)$ et le $PPCM(A, B)$

3)- Vérifier que : $PGCD(A, B) \times PPCM(A, B) = A \times B$

●●●● Exercice 11 :

- 1)- Déterminer le plus grand des nombres premiers inférieurs à 100
- 2)- Le nombre 123456789 est-il premier ? justifier votre réponse ?
- 3)- Soit p et q deux nombres premiers supérieurs à 2. Montrer que le nombre $p + q$ n'est pas premier

●●●● Exercice 12 :

p est un entier naturel supérieur à 1

- 1)- Factoriser l'expression : $4p^4 + 1$
- 2)- Démontrer que $4p^4 + 1$ n'est pas premier
- 3)- Montrer que 400000001 n'est pas premier

●●●● Exercice 13 :

Soit x et y deux nombres dans \mathbb{N} tels que : $x = 4n + 3$ et $y = 6n + 2$ ($n \in \mathbb{N}$)

- 1)- Étudier la parité de : x ; y et $2x$
- 2)- Montrer que $x + y$ est un multiple de 5
- 3)- Calculer x et y tel que $n = 7$ puis déduire les diviseurs et les multiples de x et de y
- 4)- Démontrer que x est un nombre premier

●●●● Exercice 14 :

- 1)- Décomposer en facteurs premiers les nombres : 3528 ; 32400 ; 9702
- 2)- Conclure : $(9702 \vee 3528)$; $(9702 \wedge 3528)$; $(3528 \wedge 32400)$
- 3)- Déterminer $(360 \wedge 123)$ avec la méthode de l'algorithme d'Euclide

●●●● Exercice 15 :

- 1)- Montrer que le nombre 26820 est divisible par : 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 9
- 2)- Déterminer la valeur de n tel que le nombre $n15n$ soit un multiple de 2 ; 4 ; 3 et 9 tel que $(0 \leq n \leq 9)$
- 3)- Montrer que le nombre $36 \times 5 \times 7 + 27$ est multiple de 9
- 4)- Montrer que le nombre $2 \times 9 \times 7 + 3$ est impair

●●●● Exercice 16 :

Soit $a = 2646$ et $b = 2100$

- 1)- Décomposer en facteurs premiers les nombres a et b
- 2)- Simplifier $\frac{a}{b}$
- 3)- Simplifier \sqrt{a} et \sqrt{b}
- 4)- Décomposer en facteurs premiers le nombre $c = a^3 b^2$

●●●● Exercice 17 :

Soit $a = 1400$ et $b = 1540$

- 1)- Décomposer en facteurs premiers les nombres a et b
- 2)- Démontrer le plus grand diviseur commun de a et b
- 3)- Démontrer le plus petit multiple commun de a et b

●●●● Exercice 18 :

- 1)- Montrer que le nombre $A = 5^{n+2} - 5^n$ est un multiple de 3 pour tout $(n \in \mathbb{N})$

Exercice 19 :

a est b deux entiers naturels premiers entre eux

1)- Montrer que :

$$(a + b) \wedge b = 1$$

$$(a + b) \wedge ab = 1 \quad (\text{On accepte que } a^2 \wedge b^2 = 1)$$

Exercice 20 :

Déterminer le grand multiple commun des nombres a et b dans chaque'un des cas suivants

1) $a = 12$; $b = 8$

2) $a = 9$; $b = 4$

Exercice 21 :

En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer le plus petit diviseur commun des nombres x et y dans chaque cas :

1) $x = 837$; $y = 1085$

3) $x = 1789$; $y = 1515$

Exercice 22 :

1)- Déterminer les multiples inférieurs à 200 du nombre 14

2)- Déterminer les diviseurs de 1470

3)-Déterminer les multiples communs des nombres a et b dans les cas suivants :

$$a = 37 \text{ et } b = 79 \quad ; \quad a = 65 \text{ et } b = 42$$

$$a = 70 \text{ et } b = 14 \quad ; \quad a = 46 \text{ et } b = 76$$

4)-3)-Déterminer les diviseurs communs des nombres a et b dans les cas suivants :

$$a = 54 \text{ et } b = 42 \quad ; \quad a = 336 \text{ et } b = 80$$

$$a = 35 \text{ et } b = 72 \quad ; \quad a = 83 \text{ et } b = 67$$

Exercice 23 :

1)- Déterminer le PPCM des nombres a et b dans les cas suivants :

$$a = 27 \text{ et } b = 42 \quad ; \quad a = 72 \text{ et } b = 35 \quad ; \quad a = 19 \text{ et } b = 37$$

2)- Déterminer le PPCM des nombres a et b dans les cas suivants :

$$a = 81 \text{ et } b = 126 \quad ; \quad a = 19 \text{ et } b = 37 \quad ; \quad a = 35 \text{ et } b = 72$$

Exercice 24 :

Déterminer dans chaque cas les chiffres a , b et c :

1)- Le nombre $23a4$ est divisible par 3

2)- Le nombre $23a4$ est divisible par 3 mais non divisible par 9

3)- Le nombre $23b5c$ divisible par 3 et 5

Exercice 25 :

Soit n et m deux nombres entiers naturels tel que $PGCD(m; n) = 24$ et $n \leq m$

1)- Déterminer les facteurs premiers communs de n et m

2)- Soit $m \times n = 3456$. Calculer $PPCM(m; n)$ puis conclure n et m

Exercice 26 :

1)- Montrer que la somme de cinq nombres entiers naturels consécutifs est un nombre entier naturel divisible par 5

2)- Soit $a \in \mathbb{N}$. Montrer que $a(a+1)(a+2)(a+3) + 1$ est un carré parfait

●●●● Exercice 27 :

Décomposer $(10^6 - 1)^3$ et déduire le reste de la division de 999999^3 sur 5

●●●● Exercice 28 :

On considère le nombre $a = 2^3 \times 3^2 \times 7$

- 1)- Vérifier que a est divisible par 24
- 2)- Déterminer le plus petit nombre entier naturel k tel que ka est un carré parfait
- 3)- Déterminer le plus petit nombre entier naturel m tel que ma est un carré d'un nombre entier naturel.

●●●● Exercice 29 :

- 1)- Décomposer et simplifier l'expression : $(n+1)^2 - n^2$
- 2)- Montrer que chaque nombre entier naturel impair est une soustraction de deux carrés de deux nombres consécutifs .
- 3)- Appliquer la démonstration sur les nombres 17 ; 45 ; 101

●●●● Exercice 30 :

Soit n un entier naturel impair

- 1)- Vérifier que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 dans les cas : $n = 1$; $n = 3$; $n = 5$; $n = 7$
- 2)- Montrer que pour tout nombre entier naturel impair $n^2 - 1$ est multiple de 8

●●●● Exercice 31 :

Soient n ; m et k des nombres entiers naturels

Montrer que si $3n + 2m$ et $7n + 5m$ sont des multiples de k alors n et m sont des multiples de k .

●●●● Exercice 32 :

Soient n et k deux entiers naturels

- 1)- Vérifier que si $n = 5k + 1$ et $n = 5k + 4$ alors $n^2 - 1$ est divisible par 5
- 2)- Vérifier que si $n = 5k + 2$ et $n = 5k + 3$ alors $n^2 + 1$ est divisible par 5
- 3)- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $n(n^4 - 1)$ est divisible par 5

●●●● Exercice 33 :

Soit n un entier naturel non nul .

- 1)- Montrer que le nombre $n(n^2 - 1)$ est divisible par 3 .
- 2)- Montrer que le nombre $n^2(n^2 - 1)$ est divisible par 4 .

●●●● Exercice 34 :

Soit n un nombre entier naturel , on pose $F = 7^{n+3} \times 3^{n+1} - 49$

Montrer que F est divisible par 98

●●●● Exercice 35 :

Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2

- 1)- Ecrire le nombre $n^4 + 1$ sous forme de différence de deux carrés parfaits .
- 2)- Montrer que le nombre $n^4 + 1$ n'est pas premier.