

Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers

Exercice1 : compléter par : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$$-4 \dots \mathbb{N} ; \frac{2}{3} \dots \mathbb{N} ; \sqrt{2} \dots \mathbb{N} ; \frac{8}{2} \dots \mathbb{N} ; -\frac{15}{3} \dots \mathbb{N} ; 12-32 \dots \mathbb{N} ;$$

$$\sqrt{25} \dots \mathbb{N} ; 2,12 \dots \mathbb{N} ; 0 \dots \mathbb{N}^* ; -\frac{\sqrt{100}}{3} \dots \mathbb{N}$$

$$2,12 \dots \mathbb{N} ; \pi \dots \mathbb{N} ; \{1;2;7\} \dots \mathbb{N} ; \{4;-2;12\} \dots \mathbb{N} ; \mathbb{N}^* \dots \mathbb{N}$$

Solutions : $-4 \notin \mathbb{N} ; \frac{2}{3} \notin \mathbb{N} ; \sqrt{2} \notin \mathbb{N} ; \frac{8}{2} \in \mathbb{N} ; -\frac{15}{3} \in \mathbb{N} ;$

$$12-32 \notin \mathbb{N} ; \sqrt{25} \in \mathbb{N} ; 2,12 \notin \mathbb{N} ; 0 \notin \mathbb{N}^*$$

$$\frac{\sqrt{100}}{2} \in \mathbb{N} ; 2,12 \notin \mathbb{N} ; \pi \notin \mathbb{N} ; \{1;2;7\} \subset \mathbb{N} ; \{4;-2;12\} \not\subset \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$$

Exercice2 : déterminer les multiples de 9 comprises entre :23 et 59

Solutions : les multiples de 9 s'écrivent sous la forme : $9k$ avec : $k \in \mathbb{N}$

$$23 \leq 9k \leq 59 \text{ donc : } 23/9 \leq k \leq 59/9$$

$$\text{donc : } 2.5 \leq k \leq 6.5 \text{ donc : } k \in \{3;4;5;6\}$$

donc : les multiples de 9 comprises entre :23 et 59 sont :

$$9 \times 3 ; 9 \times 4 ; 9 \times 5 ; 9 \times 6$$

$$\text{Cad : } 27 ; 36 ; 45 ; 54$$

Exercice3 : déterminer le chiffre x pour que le nombre : $532x$ Soit divisible par 9

Solutions : on a $0 \leq x \leq 9$

le nombre : $532x$ est divisible par 9 ssi : $5+3+2+x=10+x$ est un multiple de 9 donc : on donnant a x les valeurs entre 0 et 9 on trouve que $x=8$

Exercice4 : on pose : $x = 3 \times 5 \times 7 \times 12$ et $y = 2 \times 5 \times 3 \times 5$

Sans calculer x et y monter que :

$$1) 75 \text{ divise } y$$

$$2) 105 \text{ divise } x$$

Solutions : 1) on a $y = 2 \times 5 \times 3 \times 5$ cad $y = 2 \times 75$

$$\text{Donc : } 75 \text{ divise } y$$

$$2) \text{ on a } x = 3 \times 5 \times 7 \times 12 \text{ cad } x = 105 \times 12$$

$$\text{Donc : } 105 \text{ divise } x$$

Exercice5 : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$

Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.

Solution : a est pair alors : $a = 2k$ avec $k \in \mathbb{N}$

b Impair alors : $b = 2k' + 1$ avec $k' \in \mathbb{N}$

$$a + b = 2k + 2k' + 1 = 2(k + k') + 1 = 2k'' + 1$$

Donc : $a + b$ est un nombre impair

Exercice6 : $a \in \mathbb{N}$

Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair

Solution : a est impair alors : $a = 2k + 1$ avec $k \in \mathbb{N}$

$$a^2 = (2k + 1)^2 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + 1^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$\text{Donc : } a^2 = 2(k^2 + 2k) + 1 = 2k'' + 1 \text{ avec } k^2 + 2k = k''$$

Donc : a^2 est un nombre impair

Exercice7 : $a \in \mathbb{N}$

Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair

Solution : on suppose que a est pair alors a^2 est un

nombre pair or a^2 est impair donc : contradiction

Donc : a est un nombre impair

Remarques : Un nombre entier naturel est soit paire soit impaire, et on a les résultats suivants :

Nombr es	a	b	$a + b$	$a - b$	$a \times b$
Parité des nombr es	pair	pair	pair	pair	pair
	impa ir	impa ir	pair	pair	impa ir
	pair	impa ir	impair	impa ir	pair

Exercice8 : Montrer que le produit de Deux nombres consécutifs est un nombre pair

Exercice9 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

$$1) 375^2 + 648^2 \quad 2) 2n + 16 \quad 3) 10n + 5 \quad 4) 18n + 4m + 24$$

$$5) 2n^2 + 7 \quad 6) 8n^2 + 12nm + 3 \quad 7) 26n + 10m + 7$$

$$8) n^2 + 11n + 17 \quad 9) n^2 + 7n + 20 \quad 10) (n+1)^2 + 7n^2$$

$$11) n^2 + 5n \quad 12) n^2 + 8n \quad 13) n^2 + n \quad 14) n^3 - n$$

$$15) 5n^2 + n \quad 16) 4n^2 + 4n + 1 \quad 17) n^2 + 13n + 17$$

$$18) n + (n+1) + (n+2)$$

Solution : 1) $375^2 + 648^2$

648^2 Est paire car le carré d'un nombre pair

375^2 est impair car le carré d'un nombre impair

$375^2 + 648^2$ C'est la la somme d'un nombre impair

Et un nombre pair donc c'est un nombre impair

$$2) 2n + 16 = 2(n + 8) = 2 \times k \text{ avec } k = n + 8$$

Donc $2n + 16$ est un nombre pair

$$3) 10n + 5 = 2(5n + 2) + 1 = 2 \times k + 1 \text{ avec } k = 5n + 2$$

Donc $10n + 5$ est un nombre impair

$$4) 18n + 4m + 24 = 2(9n + 2m + 12) = 2k$$

Avec : $k = 9n + 2m + 12$

Donc $18n + 4m + 24$ est un nombre pair

$$5) 2n^2 + 7 = 2n^2 + 6 + 1 = 2(n^2 + 3) + 1 = 2k + 1$$

Avec : $k = n^2 + 3$ Donc $2n^2 + 7$ est un nombre impair

$$6) 8n^2 + 12nm + 3 = 2(4n^2 + 4nm + 1) + 1 = 2k + 1$$

Avec : $k = 4n^2 + 4nm + 1$

Donc $8n^2 + 12nm + 3$ est un nombre impair

$$7) 26n + 10m + 7 = 2(13n + 5m + 3) + 1 = 2k + 1$$

Avec : $k = 13n + 5m + 3$

Donc $26n + 10m + 7$ est un nombre impair

8)

$$n^2 + 11n + 17 = n^2 + n + 10n + 16 + 1 = n(n+1) + 2(5n+8) + 1$$

$n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

$$n^2 + 11n + 17 = 2k + 2k' + 1 = 2(k+k') + 1 = 2k'' + 1$$

Avec $k' = 6n + 8$ et $k'' = k + k'$

Donc $n^2 + 11n + 17$ est un nombre impair

9)

$$n^2 + 7n + 20 = n^2 + n + 6n + 20 = n(n+1) + 2(3n+10)$$

$n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

$$n^2 + 7n + 20 = 2k + 2k' + 1 = 2(k+k') = 2k''$$

Donc $n^2 + 7n + 20$ est un nombre pair

10)

$$(n+1)^2 + 7n^2 = n^2 + 2n + 1 + 7n^2 = 8n^2 + 2n + 1 = 2(4n^2 + n) + 1 = 2k + 1$$

Donc $(n+1)^2 + 7n^2$ est un nombre impair

11)

$$n^2 + 5n = n^2 + n + 4n = n(n+1) + 4n = 2k + 4n = 2(k+2n)$$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

Donc $n^2 + 5n$ est un nombre pair

12) étude de la parité $n^2 + 8n$

1cas : n pair

$n^2 = n \times n$ est aussi pair car le carré d'un nombre pair et $8n = 2 \times 4n = 2 \times k$ est pair

Donc : $n^2 + 8n$ est pair C'est la la somme de deux Nombre pair

2cas : n impair

$n^2 = n \times n$ est aussi impair car le carré d'un nombre impair et $8n = 2 \times 4n = 2 \times k$ est pair

Donc : $n^2 + 8n$ est impair C'est la la somme d'un nombre pair et un nombre impair

13) $n^2 + n = n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

14) $n^3 - n$ $n \in \mathbb{N}$

$$n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n^2 - 1^2) = n(n-1)(n+1)$$

$$n^3 - n = (n-1) \times n \times (n+1)$$

est le produit de trois nombres consécutifs donc est un nombre pair

15) $5n^2 + n$ $n \in \mathbb{N}$

$$5n^2 + n = 4n^2 + n^2 + n = 4n^2 + n(n+1) = 2 \times 2n^2 + 2k = 2 \times (2n^2 + k) = 2 \times k'$$

Avec : $k' = 6n + 8$ et $k'' = k + k'$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

donc $5n^2 + n$ est un nombre pair

$$16) 4n^2 + 4n + 1 \quad n \in \mathbb{N}$$

$$4n^2 + 4n + 1 = (2n)^2 + 2 \times 2n \times 1 + 1^2 = (2n+1)^2$$

donc est un nombre impair car $2n+1$ est un nombre impair et la carré d'un nombre impair est impair

$$17) n^2 + 13n + 17$$

$$n^2 + 13n + 17 = n^2 + n + 12n + 16 + 1 = n(n+1) + 2k' + 1$$

$$= 2k + 2k' + 1 = 2(k+k') + 1 = 2k'' + 1$$

Car $n(n+1)$ est le produit de Deux nombres consécutifs donc est un nombre pair

donc $n^2 + 13n + 17$ est un nombre impair

$$18) n + (n+1) + (n+2)$$

1cas : n pair

$n + (n+1) + (n+2)$ est impair

2cas : n impair

$n + (n+1) + (n+2)$ est pair

Exercice10 : $n \in \mathbb{N}$

On pose : $x = 2n + 7$ et $y = 4n + 2$

1) montrer que : x est impair et que y est pair

2) montrer que : $x + y$ est un multiple de 3

Solution : 1)

$$x = 2n + 7 = 2n + 6 + 1 = 2(n+3) + 1 = 2k + 1$$

Avec : $k = n + 3$ donc : x est impair

$$y = 4n + 2 = 2(2n+1) = 2k$$

Avec : $k = 2n + 1$ donc : y est pair

$$2) x + y = 2n + 7 + 4n + 2 = 6n + 9 = 3(2n+3) = 3k$$

Avec : $k = 2n + 3$ donc : $x + y$ est un multiple de 3

Exercice11 : déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100

Solution :

Les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 sont :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97.

Remarques : 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur : 1

2 est le seul nombre premier pair

Il y a une infinité de nombre premier

Exercice12 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? justifier votre réponse ?

0 ; 1 ; 2 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ; 2787 ; 191 ; 1004001

Solution : 1)

0 n'est pas premier car tous les nombres divise 0

1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur : 1

2 est premier car admet exactement deux diviseurs

17 est premier car admet exactement deux diviseurs

21 n'est pas premier car 3 divise 21 ($21 = 7 \times 3$)

41 est premier car admet exactement deux diviseurs

87 n'est pas premier car 3 divise 87 ($87 = 29 \times 3$)

105 n'est pas premier car 5 divise 105 ($105 = 5 \times 21$)

2) Est ce que 239 est premier ? on utilise une technique :

On cherche les les nombres premiers p qui vérifient :

$$p^2 \leq 239$$

Les nombres sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 et aucun ne divise 239

Donc 239 est premier

2787 n'est pas premier car la somme des chiffres est 24 un multiple de 3 donc 3 divise 2787

3) Est ce que 191 est premier ? on utilise une technique :

On cherche les les nombres premiers p qui vérifient :

$$p^2 \leq 191$$

Les nombres sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 et aucun ne divise 191

Donc 191 est premier

4) 1004001 n'est pas premier car la somme des chiffres est 6 un multiple de 3 donc 3 divise 1004001

Exercice13 : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 60 et en déduire tous les diviseurs de 60

Solution :

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

L'ensemble des diviseurs de 60 est :

$$D_{60} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$$

Exercice14 : décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 1344 et en déduire le nombre de diviseurs de 1344

Solution : technique : $60 = 2^6 \times 3 \times 7$

Exercice15 : en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers :

$$1. \text{ Simplifier la fraction } \frac{84}{60}$$

$$2. \text{ Simplifier des racines carrées : } A = \sqrt{2100}$$

$$t B = \sqrt{63} \times \sqrt{105}$$

Solution : 1)

$$\frac{84}{60} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{5} \leftarrow \text{ Fraction irréductible}$$

$$2) \sqrt{2100} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7}$$

$$= \sqrt{(2^2 \times 5^2)} \times 3 \times 7$$

$$= \sqrt{(2 \times 5)^2} \times \sqrt{3 \times 7}$$

$$= 2 \times 5 \times \sqrt{21}$$

$$= 10\sqrt{21}$$

On décompose chacun des nombres 63 et 105.

$$63 = 3 \times 21 = 3 \times 3 \times 7 = 3^2 \times 7$$

$$105 = 3 \times 35 = 3 \times 5 \times 7$$

$$d'où B = \sqrt{63 \times 105} = \sqrt{3^2 \times 7 \times 3 \times 5 \times 7} = 3 \times 7 \sqrt{3 \times 5} = 21\sqrt{15}$$

Exercice16 : 1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 50 ; 360 ; 60 ; 24 ; 56 ; 14 ; 42

2) calculer : PGCD (50 ; 360) ; PGCD (60 ; 50)

PGCD (56 ; 14) ; PGCD (56 ; 42) ; PGCD (24 ; 60)

Solution :1)

$$50 = 2 \times 5^2 ; 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

$$56 = 2 \times 28 = 2 \times 2 \times 14 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^3 \times 7$$

$$14 = 2 \times 7 \quad \text{et} \quad 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$2) \text{ Donc PGCD}(50 ; 360) = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{Donc PGCD}(60 ; 50) = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{Donc PGCD}(56 ; 14) = 2 \times 7 = 14$$

$$\text{Donc PGCD}(56 ; 42) = 2 \times 7 = 14$$

$$\text{Donc PGCD}(24 ; 60) = 2^2 \times 3 = 12$$

Exercice17 : 1) décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 170 ; 68 ; 60 ; 220 ; 340

2) calculer : PPCM (68 ; 170) ; PPCM (220 ; 340)

Solution :1) $170 = 2 \times 5 \times 17$

$$68 = 2 \times 2 \times 17 = 2^2 \times 17$$

$$220 = 2 \times 2 \times 5 \times 11 = 2^2 \times 5 \times 11$$

$$340 = 2 \times 2 \times 5 \times 17 = 2^2 \times 5 \times 17$$

$$2) \text{ Donc PPCM}(68 ; 170) = 2^2 \times 5 \times 17 = 340$$

$$\text{Donc PPCM}(220 ; 340) = 2^2 \times 5 \times 11 \times 17 = 3740$$

Exercice18 : soit n est un nombre entier naturel impair

1) vérifier que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 dans cas suivants : $n = 1$; $n = 3$; $n = 5$; $n = 7$

2) montrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 4 si n est impair

3) montrer que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 si n est impair

4) en déduire que : $n^4 - 1$ est un multiple de 16 si n est impair

5) montrer que si n et m sont impairs alors :

$$n^2 + m^2 + 6 \text{ est un multiple de } 8$$

Solution :1) si $n=1$ alors $1^2 - 1 = 0$ est un multiple de 8

Si $n=3$ alors $3^2 - 1 = 8$ est un multiple de 8

Si $n=5$ alors $5^2 - 1 = 24$ est un multiple de 8

Si $n=7$ alors $7^2 - 1 = 48$ est un multiple de 8

2) n est impair donc : $n = 2k + 1$

$$\text{Donc : } n^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + (1)^2 - 1$$

$$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4(k^2 + k) = 4 \times k'$$

Avec $k' = k^2 + k$

Donc : $n^2 - 1$ est un multiple de 4

3) on a trouvé : $n^2 - 1 = 4k(k + 1)$

Or $k(k + 1)$ est le produit de deux nombres consécutifs donc

$$\text{est un nombre pair donc : } k(k + 1) = 2k'$$

$$\text{Donc : } n^2 - 1 = 8k'$$

Donc : $n^2 - 1$ est un multiple de 8

$$4) n^4 - 1 = (n^2)^2 - 1^2 = (n^2 - 1)(n^2 + 1)$$

Et on a trouvé que : $n^2 - 1 = 4k'$

Et on a :

$$n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 4(k^2 + k + 1) = 4 \times k''$$

$$\text{Donc : } n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) = (4k')(4k'') = 16k'''$$

Donc : $n^4 - 1$ est un multiple de 16

5) on a trouvé que : $n^2 - 1$ est un multiple de 8

$$\text{Donc : } n^2 - 1 = 8k \quad \text{donc : } n^2 = 8k + 1$$

De même on a : $m^2 - 1$ est un multiple de 8

$$\text{Donc : } m^2 - 1 = 8k' \quad \text{donc : } m^2 = 8k' + 1$$

$$n^2 + m^2 + 6 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 6 = 8k + 8k' + 8 = 8(k + k' + 1) = 8k''$$

Donc : $n^2 + m^2 + 6$ est un multiple de 8

AUTRE : Exercices

Exercice1 :

- 1) Donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
- 2) Donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
- 3) Donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
- 4) Donner tous les nombres premier inférieur à 60.
- 5) Est-ce que 13 divise 704 ? justifier votre réponse ?
- 6) Est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

Exercice2 : décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :

161 ; 144 ; 10000 ; 23000 ; 1080 ; 1400x49

Exercice3 : à l'aide de décomposition en facteurs premiers

simplifier la fraction suivante : $\frac{612}{1530}$ et écrire :

$\sqrt{612 \times 1530}$ sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Solution : $612 = 2^2 \times 3^2 \times 17$ et $1530 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times 17$

$PGCD(1530; 612) = 2^1 \times 3^2 \times 17 = 153$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 17} = \frac{5}{2}$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{612 \div 153}{1530 \div 153} = \frac{5}{2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 2^2 \times 3^2 \times 17^2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{17^2}$

$\sqrt{ab} = \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{5} \times 2 \times 3 \times 17 = 306 \times \sqrt{10}$

Exercice4: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

- 1) $x=75$ et $y= 325$.
- 2) $x=330$ et $y= 420$.
- 3) $x=214$ et $y= 816$.
- 4) $x=575$ et $y= 1275$.
- 5) $x=132$ et $y= 666$.

Exercice5: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

- 6) $x=75$ et $y= 325$.
- 7) $x=330$ et $y= 420$.
- 8) $x=214$ et $y= 816$.
- 9) $x=575$ et $y= 1275$.
- 10) $x=132$ et $y= 666$.

Exercice6:

- Est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre réponse ?
- Montrer que 1000000001 ; $3^{20} - 1$ et 123456^3 ne sont pas des nombres premiers.
- Montrer que $499999^2 + 999999$ est divisible par 25.

Exercice7: déterminer les nombres pairs et les nombres impairs : $2^2 + 1$; $15^2 \times 9^2$; $15^2 - 13^2$; 642×97681 ; $(41^2 + 765^2)^7$; 2176543×34569820 ; $97^3 \times 97^2$; $2n + 8$;

$4n^2 + 1$; $n(n+1)$

$3n^2 + n$; $n + (n+1) + (n+2)$; $5n^2 + 5n + 1$; $8n^2 + 8n + 1$; $(n+1)(n+2)(n+3)$; $2n^2 + 4n + 7$; $20122n + 20092$; $(2n+5)(2n+6)n(n+3)$; $1 + (n+1)^2 + (n+2)^2$; $n^2 - 3n + 4$; $n^2 + 3n + 4$

Exercice8 : Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

- 1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?
- 2) Préciser le nombre de déplacement par laps de temps

Dans les exercices, n est un entier naturel

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

