Cours avec Exercices d'application Avec solutions — PROF : ATMANI NAJIB — Tronc CS

Equations et inéquations et systèmes partie1

Leçon : Equations et inéquations et systèmes partie1
Présentation globale
Chapitre n° 1
I) Les équations et les inéquations du premier degré a une inconnue.

- *1 Les équations du premier degré a une inconnue*
- *2 Les inéquations du premier degré a une inconnue.*

I) Les équations et les inéquations du premier degré a une inconnue.

1°) Les équations du premier degré a une inconnue.

Définition : On appelle équations du premier degré a une inconnue toute équation de la forme : $ax+b=0$ où les coefficients a, b sont des réels donnés et x est l'inconnue

Résoudre l'équations c'est déterminer l'ensemble de toutes les solutions notées : S

Applications : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $-2x+22=0$ 2) $3(2x+5)=6x-1$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

4) 2x + 3)² - (2x + 3)(x - 4) = 0 5) $x^2-100=0$

6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$ 7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$

8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ 9) $|7x-10|=|6+3x|$ 10) $x^3-7x=0$

Solution : 1) $-2x+22=0$ ssi $-2x+22-22=-22$ ssi $-2x=-22$ ssi $-2x\times\left(\frac{1}{-2}\right)=-22\times\left(\frac{1}{-2}\right)$ ssi $x=11$

Donc : $S=\{11\}$

2) $3(2x+5)=6x-1$ ssi $6x+15=6x-1$ ssi

$6x-6x=-1-15$

ssi $0x=-16$ ssi $0=-16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble de toutes les solutions est : $S=\varnothing$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

ssi $4x-8=6x-2x-8$ ssi $4x-4x+8-8=0$

ssi $0=0$ Donc l'ensemble de toutes les solutions est :

$S=\mathbb{R}$

4) (2x + 3) ² - (2x + 3)(x - 4) = 0

ce qui est équivalent à : (2x + 3)(2x + 3 - x + 4) = 0

ce qui est équivalent à : (2x + 3)(x + 7) = 0

Les solutions sont -3/2 ou -7.

Donc l'ensemble de toutes les solutions est : $S=\{-7;-3/2\}$

5) $x^2-100=0$

$x^2-100=0$

$\Longleftrightarrow x^2-10^2=0$

C'est une identité remarquable de la forme :

a² - b² = (a - b) (a + b), donc

$x^2-100=0$

$\Longleftrightarrow (x-10)(x+10)=0$

: $\Longleftrightarrow x=10$ ou $x=-10$

D'où : $S=\{-10;10\}$

6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$

Cette équation n'existe pas

si $x+2=0$ et si $x-2=0$. Les valeurs interdites de cette équation sont -2 et 2. L'équation est donc définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2;2\}$.

On commence par réduire au même dénominateur les deux fractions. Le dénominateur commun est $(x+2)(x-2)$:

Donc : $-2x-16=0$ car le dénominateur ne peut pas s'annuler.

$\Longleftrightarrow -2x=16$

$\Longleftrightarrow x=\frac{16}{-2}$

$\Longleftrightarrow x=-8$

D'où : -8 appartient à l'ensemble de définition de l'équation, donc : $S=\{-8\}$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$

Cette équation 'existe si $x^2-9\neq 0$

$x^2-9=0$ Équivalent à : $x^2-3^2=0$ équivalent à :

$(x-3)(x+3)=0$

Équivalent à $x+3=0$ ou $x-3=0$ équivalent à $x=-3$ ou $x=3$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3.

L'équation est donc définie sur $D_E = \mathbb{R}\backslash\{-3; 3\}$.

$\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0$ équivalent à $(x-7)(x+3) = 0$

équivalent à $x-7=0$ ou $x+3=0$

Équivalent à $x=-7 \in D_E$ ou $x=-3 \notin D_E$:

donc : $S=\{7\}$

8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ Cette équation n'existe pas si $x-3=0$

$x-3=0$ équivalent à : $x=3$

La valeur interdite de cette équation est 3. L'équation est donc définie sur $D_E = \mathbb{R}\backslash\{3\}$.

$\frac{4x+2}{x-3}=5$ équivalent à : $4x+2=5(x-3)$ équivalent à :

$4x+2=5x-15$

équivalent à : $-x=-17$ équivalent à : $x=17$

donc : $S=\{17\}$

9) $|7x-10|=|6+3x|$ équivalent à $7x-10=6+3x$ ou

$7x-10=-(6+3x)$

équivalent à $4x=16$ ou $10x=4$ équivalent à $x=4$

ou $x=2/5$

Donc l'ensemble de toutes les solutions est : $S=\{4;2/5\}$

10) $x^3-7x=0$ équivalent à : $x(x^2-7)=0$ ssi

$x=0$ ou $x^2-7=0$

équivalent à $x=0$ ou $x^2=7$ ssi $x=0$ ou

$x=\sqrt{7}$ ou $x=-\sqrt{7}$

D'où : $S=\{-\sqrt{7};0;\sqrt{7}\}$

Exercice : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a) $\frac{3x+5}{x-1}=0$ b) $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4}=0$ c) $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ d) $1-\frac{x+3}{x-3}=\frac{2}{2-x}$

Solution : a) L'équation n'est pas définie pour $x = 1$.

Pour $x \neq 1$, l'équation $\frac{3x+5}{x-1}=0$ équivaut à :

$3x+5=0$.

D'où $x=-\frac{5}{3}$. c a d : $S=\{-5/3\}$

b) L'équation n'est pas définie pour $x = 4$.

Pour $x \neq 4$, l'équation $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4}=0$ équivaut à :

$(2x+1)(x-3)=0$ Soit : $2x+1=0$ ou $x-3=0$

Les solutions sont : $x=-\frac{1}{2}$ et $x=3$.

c a d : $S=\{-1/2;3\}$

c) L'équation n'est pas définie pour $x = -3$.

Pour $x \neq -3$, l'équation $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ équivaut à :

$x^2-9=0$, soit $x^2=9$

Soit encore : $x=3$ ou $x=-3$.

Comme $x \neq -3$, l'équation a pour unique solution : $x=3$.

c a d : $S=\{3\}$

d) L'équation n'est pas définie pour $x = 2$ et $x = 3$.

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 3$, l'équation $1-\frac{x+3}{x-3}=\frac{2}{2-x}$

équivaut à : $1-\frac{x+3}{x-3}-\frac{2}{2-x}=0$ On réduit au même dénominateur dans le but de se ramener à une équation-quotient : $\frac{(x-3)(2-x)}{(x-3)(2-x)}-\frac{(x+3)(2-x)}{(x-3)(2-x)}-\frac{2(x-3)}{(x-3)(2-x)}=0$

$\frac{(x-3)(2-x)-(x+3)(2-x)-2(x-3)}{(x-3)(2-x)}=0$ On développe

$\frac{2x-x^2-6+3x-2x+x^2-6+3x-2x+6}{(x-3)(2-x)}=0$

$\frac{4x-6}{(x-3)(2-x)}=0$ Ce qui équivaut à $4x - 6 = 0$ et

$(x-3)(2-x) \neq 0$

D'où $x=\frac{3}{2}$. c a d : $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

2°) Les inéquations du premier degré a une inconnue.

a) Le signe du binôme $ax+b$ $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

Exemples :1) étudions le signe de : $3x+6$

(coefficient de x positif)

$3x+6$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	$-$	0	$+$

2) étudions le signe de : $-2x+12$

(coefficient de x négatif)

$-2x+12$ Équivalent à : $x=6$

$-2x+12>0$ Équivalent à : $x<6$

$-2x+12<0$ Équivalent à : $x>6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$-2x+12$		$+$	0	$-$	

Résumé : $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

b) Solution de l'inéquations du premier degré a une inconnue

Définition : On appelle inéquations du premier degré a une inconnue toute inéquation de la forme : $ax+b \geq 0$ ou $ax+b \leq 0$ ou $ax+b<0$ ou $ax+b>0$ où les coefficients *a*, *b* sont des réels donnés et x est l'inconnue

Résoudre l'inéquations c'est déterminer l'ensemble de toutes les solutions notées : S

Applications : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15 \leq 0$

3) $4x^2-9 \geq 0$ 4) $(1-x)(2x+4)>0$

5) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$ 6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Solution : 1) $-2x+12>0$

$-2x+12=0$ équivalent à : $x=6$ $-2=a$ et $a<0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$-2x+12$		$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-\infty;6[$

2) $5x-15 \leq 0$

$5x-15=0$ Équivalent à : $x=3$ $5=a$ et $a>0$

coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$5x-15$		$-$	0	$+$	

Donc : $S=]-\infty;3[$

3) $4x^2-9 \geq 0$

$4x^2-9=0$ équivalent à : $(2x)^2-3^2=0$ ssi

$(2x-3)(2x+3)=0$

équivalent à $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

ssi $x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-3/2$		$3/2$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

4) $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ ou $1-x=0$ ssi $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x+4)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-2;1[$

5) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$ (Signe d'un quotient méthode)

- Donner l'ensemble de définition.
- Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).

Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif

Cette inéquation existe si $1+3x \neq 0$

$1+3x=0$ équivalent à : $x=-\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation est donc définie sur $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$5x-2=0$ Équivalent à : $x=\frac{2}{5}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$5x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$1+3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{5x-2}{1+3x}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur interdite donc : $S = \left]-\infty; -\frac{1}{3}\right[\cup \left[\frac{2}{5}; +\infty\right[$

6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Cette inéquation existe si $2x-6 \neq 0$

$2x-6 \neq 0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. l'inéquation est donc définie sur $D_I = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$2x-6 \neq 0$ Équivalent à : $x \neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_I = \mathbb{R} - \{3\}$

$2x+1=0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{2}$

$5x-10=0$ équivalent à : $x = 2$

x	$-\infty$		$-1/2$		2		3		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$5x-10$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-6$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{(2x+1)(5x-10)}{(2x-6)}$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

Donc : $S = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [2;3[$

Exercice : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(3-6x)(x+2) > 0$ 2) $\frac{2-6x}{3x-2} \pounds 0$

Solution : 1)Le signe de $(3-6x)(x+2)$ dépend du signe de chaque facteur

$3-6x$ et $x+2$.

$3-6x = 0$ ou $x+2=0$

$6x = 3$ ou $x = -2$

$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ou $x = -2$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3-6x)(x+2)$.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$3-6x$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(3-6x)(x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On en déduit que $(3-6x)(x+2) > 0$ pour $x \in \left]-2; \frac{1}{2}\right[$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(3-6x)(x+2) > 0$ est $\left]-2; \frac{1}{2}\right[$.

2) $\frac{2-6x}{3x-2} \pounds 0$.

L'inéquation n'est pas définie pour $3x-2=0$, soit $x = \frac{2}{3}$.

Il faudra éventuellement exclure cette valeur de l'ensemble des solutions.

Le signe de $\frac{2-6x}{3x-2}$ dépend du signe des expressions $2-6x$ et $3x-2$.

$2-6x = 0$ équivaut à $x = \frac{1}{3}$.

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux expressions.

x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$2-6x$		$+$	0	$-$		$-$	
$3x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2-6x}{3x-2}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

La double-barre dans le tableau signifie que le quotient n'est pas défini pour $x = \frac{2}{3}$.

On en déduit que $\frac{2-6x}{3x-2} \pounds 0$ pour $x \in \left]-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left]\frac{2}{3}; +\infty\right[$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{2-6x}{3x-2} \pounds 0$ est $\left]-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left]\frac{2}{3}; +\infty\right[$.

II) Les équations et les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

1)les équations du premier degré avec deux inconnues.

Définition : On appelle équations du premier degré a deux inconnues toute équation de la forme : $ax+by+c=0$ où les coefficients *a*, *b* et c sont des réels donnés et le couple $(x;y)$ est l'inconnue dans $\mathbb{R}^2$

Résoudre l'équations dans $\mathbb{R}^2$ c'est déterminer l'ensemble S des couples solutions de l'équations

Remarques :

- L'équations $ax+by+c=0$ a une infinité de solutions
- On peut Résoudre l'équations $ax+by+c=0$ graphiquement ou algébriquement

Applications : 1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation :: $2x-y+4=0$

On a $2x-y+4=0$ équivalent à : $y=2x+4$

Donc : $S=\{(x;2x+4)/x\in\mathbb{R}\}$

2)Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x-2y+1=0$

On a $x-2y+1=0$ équivalent à : $x=2y-1$

Donc : $S=\{(2y-1;y)/y\in\mathbb{R}\}$

3)Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x-y-2=0$

Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

On trace la droite (D)d'équation cartésienne :

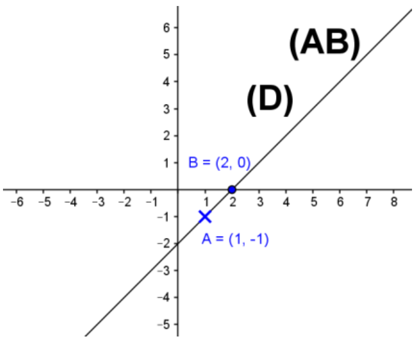
$x-y-2=0$

$S=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2 / M(x;y)\in(D)\}$

Pour tracer la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D)

Si $x=1$ alors : $1-y-2=0$ c a d $y=-1$ donc $A(1;-1)\in(D)$

Si $y=0$ alors : $x-0-2=0$ c a d $x=2$ donc $B(2;0)\in(D)$



EXERCICE : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x-y+1=2y-2x+5$ 2) $x+5=y+5$

3) $3x+2y-2=2y-2$ 4) $x+y=2x-1$

Solution :1) On a $2x-y+1=2y-2x+5$ équivalent à : $4x-3y-4=0$

Équivalent à : $4x=3y+4$ équivalent à : $x=\frac{3}{4}y+1$

Donc : $S=\left\{\left(\frac{3}{4}y+1;y\right)/y\in\mathbb{R}\right\}$

2) On a $x+5=y+5$ équivalent à : $y=x$

Donc : $S=\{(x;x)/x\in\mathbb{R}\}$

3) On a $3x+2y-2=2y-2$ équivalent à : $3x=0$ ssi $x=0$ Donc : $S=\{(0;y)/y\in\mathbb{R}\}$

4) On a $x+y=2x-1$ équivalent à : $-x+y+1=0$ ssi $y=x-1$ Donc : $S=\{(x;x-1)/x\in\mathbb{R}\}$

2)les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

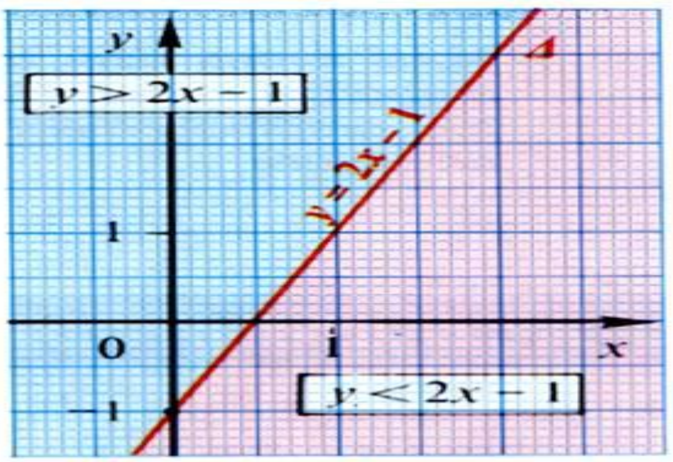
Activité : résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : y -2x + 1 > 0

Soit l'équation y -2x + 1 = 0

on trace de la droite d'équation y = 2x -1 .

Cette droite partage le plan en deux demi- plans.

On peut observer sur le graphe ci-contre :



- Tous les points de la zone « bleu » ont les coordonnées qui vérifient y > 2x -1
- Tous les points de la zone « rouge » ont les coordonnées qui vérifient y < 2x -1

Si y -2x + 1 = 0 (1)

Soit un point A (1 ; 4) (choisi au hasard, à la gauche de la droite ") on remplace ces valeurs dans l'équation (1)

Alors : 4 - 2 fois 1 +1 = 1 ; cela signifie que le point A est dans la zone y -2x + 1 > 0

Soit un point B (2 ; 1) (choisi au hasard, à la droite de la droite ") on remplace ces valeurs dans l'équation (1)

Alors : 1 - 2 fois 2 +1 = -3 ; cela signifie que le point B est dans la zone y -2x + 1 < 0

On peut essayer de savoir si le point d'origine O (0 ;0) appartient à la zone « y -2x + 1 > 0 » ou à la zone « y -2x + 1 < 0 » en remplaçant y=0 et x=0 dans l'équation « y -2x + 1 = 0 » ;

Le résultat donne « 1 » ; donc le point O appartient à la zone « y -2x + 1 > 0 »

Donc les solution de l'inéquation y -2x + 1 > 0 est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan (la zone « bleu ») qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)

Remarques : Si la droite passe par l'origine, on 'essaie » un autre point bien choisi.
Si l'inégalité est au sens large, on doit « ajouter » aux points du demi -plan les points de la droite « frontière ».

Application : **Exemple1 :**

Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y-2<0$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) : $2x-y-2=0$

Cette droite passe par les points $A(0;-2)$ et $B(1;0)$ détermine

Deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demi plans qui est la solution de l'inéquation.)

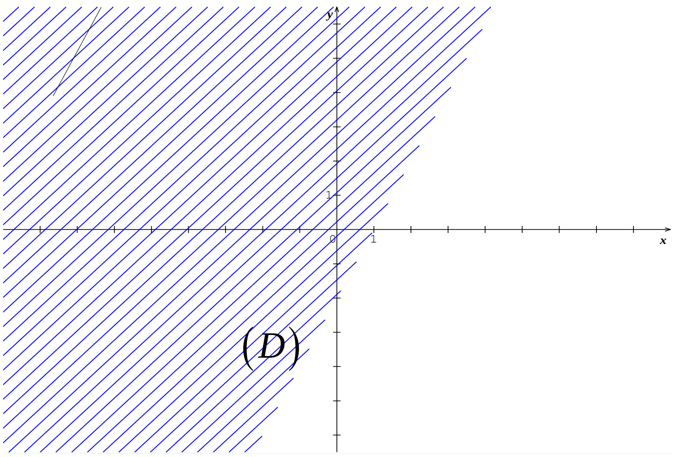
(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées (0 ; 0) ; c'est-à-dire x= 0 et y = 0 . Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point…)

Soit $O(0;0)$ On a $2\times0-0-2<0$

Donc : les coordonnes (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc les solution de l'inéquation $2x-y-2<0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)



Exemple2 : d'application :

Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $x-y-3\geq0$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) :: $x-y-3=0$ détermine

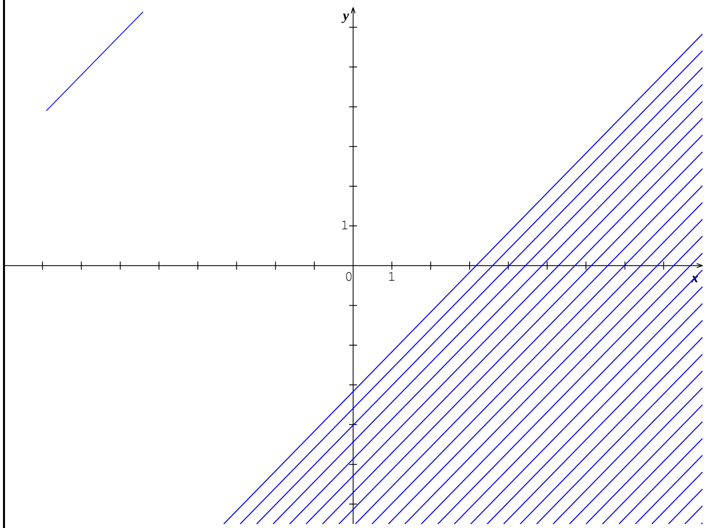
Deux demi-plans P_1 et P_2

Cette droite passe par les points $A(0;-3)$ et $B(1;-2)$

On a $0-0-3\geq0$ c a d $-3\geq0$ on constate que le résultat est impossible

donc : les coordonnes (0 ; 0) ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les solutions de l'inéquation $x-y-3\geq0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exemple3 : d'application :

Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y<0$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) :: $2x-y=0$

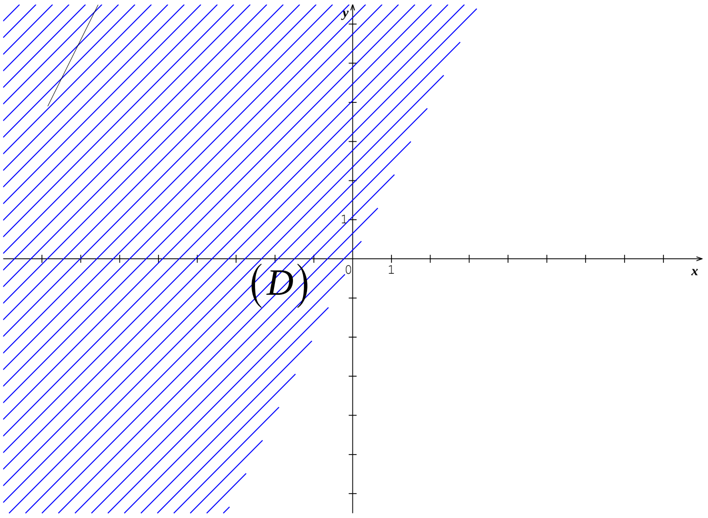
Cette droite passe par les points $O(0;0)$ et $A(1;2)$ détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

on prendra un autre point $B(1;1)$

On a $2\times1-1<0$ c a d $1<0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $(1;1)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les solution de l'inéquation $x-y-3\geq0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $(1;1)$



Exemple4 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $3x+2y<2x+2y-1$

Solution :

$3x+2y<2x+2y-1$ ssi

$3x-2x+2y-2y+1<0$

ssi $x+1<0$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) : $x+1=0$ SSI $x=-1$

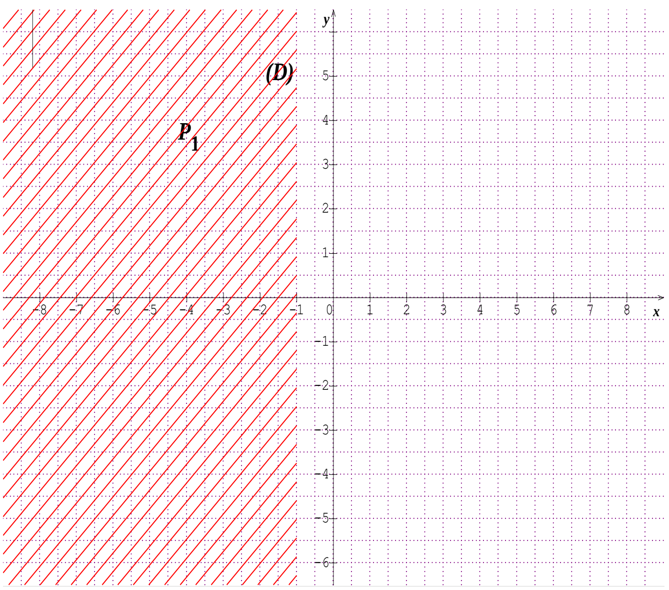
Cette droite est parallèle à l'axe des ordonnée passant par le point $(-1;0)$ et détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

Soit $O(0;0)$ On a $0+1<0$ ssi $1<0$

On constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les solutions de l'inéquation $x+1<0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exemple5 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases} x+y-1\geq 0 \\ -x+2y+2\leq 0 \end{cases}$

L'équation de la droite (D_1) : $x+y-1=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x+2y+2=0$

Soit $O(0;0)$ On a $0+0-1\geq 0$ ssi $-1\geq 0$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

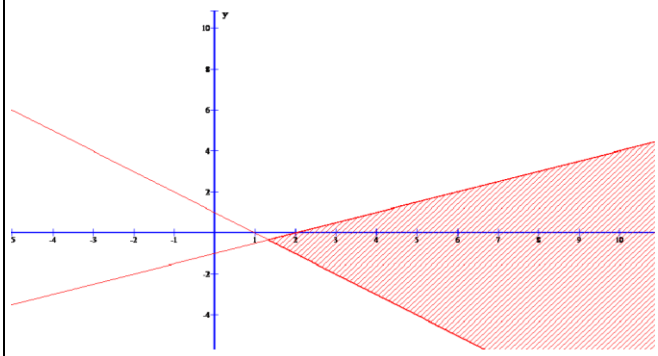
$x+y-1\geq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+2\times 0+2\leq 0$ ssi $2\leq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$-x+2y+2\leq 0$

Donc les solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan colorés



Exemple6 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases} 2x+y-3\geq 0 \\ -x+y+5\leq 0 \\ x\leq 4 \end{cases}$

L'équation de la droite (D_1) : $2x+y-3=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x+y+5=0$

L'équation de la droite (D_3) : $x-4=0$

Soit $O(0;0)$ On a $2\times 0+0-3\geq 0$ ssi $-3\geq 0$

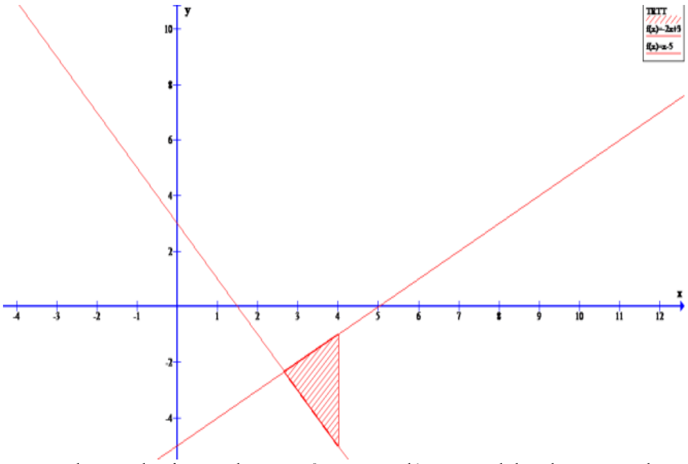
Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$2x+y-3\geq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+0+5\leq 0$ ssi $5\leq 0$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$-x+y+5\leq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $0 \leq 4$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $x \leq 4$



Donc les solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan colorés

Exemple7 : Résoudre le système :

$$\begin{cases} 3x+2y-6<0 & (1) \\ x-2y+2<0 & (2) \\ 4x-3y+12>0 & (3) \end{cases}$$

Etant donnés deux axes de coordonnées « O x » et « O y » nous allons déterminer dans quelle région du plan se trouvent les points « M » dont les coordonnées satisfont à ces trois inéquations.

Pour cela construisons les droites qui ont respectivement pour équations :

(1) 3 x + 2 y - 6 = 0 (D)

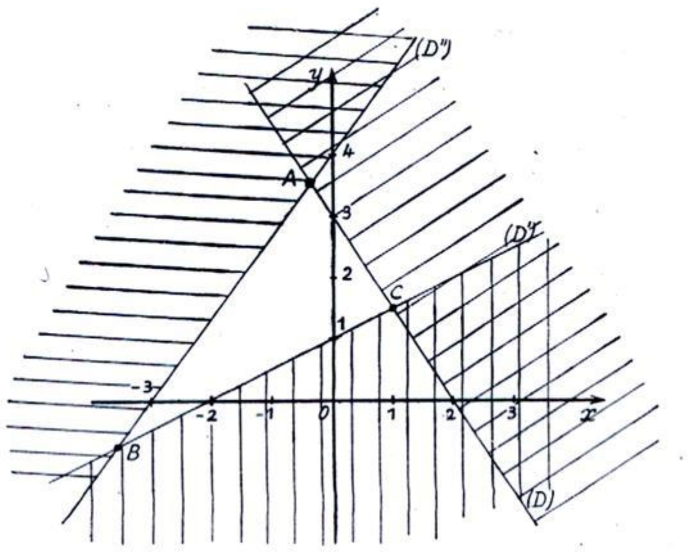
(2) x - 2 y + 2 = 0 (D')

(3) 4x - 3y +12 = 0 (D'')

Pour que l'inéquation (1) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfaite).

Pour que l'inéquation (2) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui ne contient pas l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation n'est pas satisfaite).

Enfin pour que l'inéquation (3) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la égion qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfaite).



Finalement, on voit que « M » doit être à l'intérieur du triangle ABC formé par les 3 droites (D) ; (D') ; (D'').

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien