Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك أدبي

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الحسابيات في مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

I. مجموعات الأعداد

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N}=\{0;1;2;\cdots\}$
- الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ و نكتب: $\mathbb{Z}=\{\cdots-3;-2;0;1;2;3;\cdots\}$
- الأعداد العشرية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز D
- الأعداد الجذرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث: $a\in\mathbb{Z}$ و $b\in\mathbb{N}^*$, تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.
- الأعداد الجذرية و اللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.

استعمال الرموز: $\in;\notin;\subset;\not\subset$

1)العدد 7- هو عنصر من $\mathbb{Z}$ نكتب $-7\in\mathbb{Z}$ نقرأ:" 7- ينتمي الى $\mathbb{Z}$ " في حين 7- لا ينتمي الى $\mathbb{N}$ و نكتب $-7\notin\mathbb{N}$ ولدينا $\frac{2}{3}\in\mathbb{Q}$

2) $\sqrt{2}\in\mathbb{R}$ لكن $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ لأنه لا يمكن ايجاد عددين صحيحين a و b بحيث $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ و b غير منعدم.

3)كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$.

4)ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة D ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $D\not\subset\mathbb{Z}$.
لأن هناك عناصر من D لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$. كذلك: كل عنصر من D هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $D\subset\mathbb{Q}$

5) كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$. لدينا اذن:

$$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset D\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ وخاصياتها

1. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$

الجمع في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

1) $a+b=b+a$

2) $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$

3) $a+0=0+a=a$

4) $(-a)+a=a+(-a)=0$

الضرب في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

1. $a\times b=b\times a=ab=ba$
2. $a(bc)=(ab)c=(ac)b=abc$
3. $a\neq 0; a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=\frac{a}{a}=1$

العمليات على الكسور وخاصيات:

a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd\neq 0$

1) $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ 2) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ 3) $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ 4) $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

5) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ 6) $\frac{\frac{a}{b}}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b};bc\neq 0$

7) $-a$ يسمى مقابل a 8) $a-b=a+(-b)$

9) $-(a-b)=-a+b$

10) $\frac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a\neq 0$

11)العدد $\frac{a}{b}$ حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}^*$ يسمى خارج العدد a على b.

12) $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$ $\frac{a}{b}=c$ يكافئ $a=bc$

13) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يكافئ $ad=bc$

14) $\frac{a}{b}=1$ يكافئ $a=b$ 15) $\frac{a}{b}=0$ يكافئ $a=0$

III. متطابقات هامة_النشر و التعميل:

1)خاصيات: لكل a و b من $\mathbb{R}$

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

4) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

5) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$

a و b و k أعداد حقيقية

- $k(a+b)=ka+kb$ $k(a-b)=ka-kb$
- $(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$
- $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
- $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

2)النشر

أمثلة: أنشر: $x\in\mathbb{R}$ $(2x+1)^2$, $(\sqrt{2}-3)^2$, $-2x(3x-4)$, $(3x-2)(x+3)$, $(3\sqrt{3}-2)(3\sqrt{3}+2)$, $(x-1)^3$, $(2x+1)^3$

الأجوبة :

$(2x+1)^2=(2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2=4x^2+4x+1$

$(\sqrt{2}-3)^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times 3+3^2=2-6\sqrt{2}+9=11-6\sqrt{2}$

$-2x(3x-4)=-6x^2+8x$

$(3x-2)(x+3)=3x^2+9x-2x-6=3x^2+7x-6$

$(3\sqrt{3}-2)(3\sqrt{3}+2)=(3\sqrt{3})^2-2^2=27-4=23$

$(x-1)^3=(x)^3-3(x)^2\times 1+3\times x\times(1)^2-(1)^3=x^3-3x^2+3x-1$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

$(2x+1)^3=(2x)^3+3(2x)^2\times1+3\times2x\times(1)^2+(1)^3=8x^3+12x^2+6x+1$

3)التعميل

أمثلة : عمل التعابير التالية:

$A=3x^2-3x$ و $B=9x-3$ و $C=4x^2-9$

$D=x^3-x^2$ $E=16x^2-8x+1$ و $F=4x^2+4x+1$

أجوبة:

$A=3x^2-3x=3x(x-1)$

$B=9x-3=3(3x-1)$

$C=4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x-3)(2x+3)$

$D=x^3-x^2=x^2(x-1)$

$E=16x^2-8x+1=(4x)^2-2\times4x\times1+1^2=(4x-1)^2$

$F=4x^2+4x+1=(2x)^2+2\times2x\times1+1^2=(2x+1)^2$

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

1)تعريف:ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n\in\mathbb{N}$.

$a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{مرة العدد}}$

- $a^1=a;a^0=1$ و $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا:

- $a^n\times b^n=(ab)^n$ و $a^n\times a^m=a^{n+m}$
- $(a^n)^m=a^{nm}=(a^m)^n$ و $\dfrac{a^n}{b^n}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
- $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}=\dfrac{1}{a^{m-n}}$

حالة خاصة:قوى العدد 10:

$10^1=10$ و $10^0=1$ و $10^{-2}=0,01$

$10^n=\underbrace{1000\cdots0}_{n};n\in\mathbb{N}$ و $10^{-1}=0,1$

مثال: أحسب وبسط : $A=\dfrac{(10^6)^4\times10^{-2}}{10^4\times10^6\times10^{-13}}$

و $B=\dfrac{10^{-8}\times10^9\times10^7\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^3\times10^5}$

الجواب :

$A=\dfrac{(10^6)^4\times10^{-2}}{10^4\times10^6\times10^{13}}=10^{24}\times10^{-2}\times10^{-4}\times10^{-6}\times10^{13}=10^{-1}=\dfrac{1}{10}=0.1$

$B=\dfrac{10^{-8}\times10^9\times10^7\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^3\times10^5}=10^{-8}\times10^9\times10^7\times10^{-4}\times10^2\times10^{-3}\times10^{-5}$

$B=10^{-8+9+7-4+2-3-5}=10^{-2}=\dfrac{1}{10^2}=\dfrac{1}{100}=0.01$

2)الكتابة العلمية:

كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل $x=a\times10^p$ حيث p ينتمي الى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1\le a\prec10$.
هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: إذا كان x عددا سالبا فان كتابته العلمية هي $x=-a\times10^p$

أمثلة: 1)المسافة بين الأرض و الشمس هي: 149597870 كلم, تكتب $1,4959787\times10^8$ كلم.

2)الكتابة العلمية للعدد:149597870 كلم هي $1,4959787\times10^8$ كلم.

3) $3,25\times10^4$ هي كتابة علمية

4)الكتابة العلمية للعدد : 17000000− هي -1.7×10^7

V. الجذور المربعة:

تعريف:ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x , العدد الحقيقي الموجب y .

بحيث $y^2=x$. و نكتب $\sqrt{x}=y$.

$\sqrt{x}=y$ يكافئ $x=y^2$ و $y\ge0$.

أمثلة: $\sqrt{9}=3$ و $\sqrt{81}=9$

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا:

1) $\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n};n\in\mathbb{N}^*$ و $\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a$

و $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}};b\succ0$ و $\sqrt{\dfrac{1}{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}};a\succ0$ و $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

2)إذا كان $x\ge0$ و $y\ge0$ فان : $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ يكافئ $x=y$.

3) $\sqrt{x}=0$ أذا و فقط إذا كان $x=0$.

VI. التناسبية

تعريف : a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd\neq0$
نقول إن الأعداد a و b و c و d تكون في هذا الترتيب تناسبا إذا وفقط إذا كان : $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$

مثال : حدد العدد الحقيقي x إذا علمت أن الأعداد : $x+1$ و 3 و x و 2 تكون في هذا الترتيب تناسبا

الجواب : $x+1$ و 3 و x و 2 تكون في هذا الترتيب تناسبا

يعني $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{x}{2}$ يعني $2(x+1)=3x$

يعني $2x+2=3x$ يعني $-x=-2$ يعني $x=2$