تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

أكاديمية الجهة الشرقية

مستوى الجدع مشترك أدبي
مذكرة رقم1 : الحساب العددي1

الأستاذ: نجيب عثماني

محتوى الدرس
مجموعة الأعداد
العمليات في المجموعة IR وخاصياتها
المتطابقات الهامة
القوى ذات الأس الصحيح النسبي، قوى العدد 10 ، الكتابة العلمية لعدد عشري
الجذور المربعة والعمليات في IR
التناسبية

القدرات المنتظرة
- التمكن من تقنيات الحساب العددي
- التمييز بين مجموعات الأعداد
- التمييز بين عدد وقيمة مقربة له
- توظيف المتطابقات الهامة في نشر وتعميل بعض التعابير الجبرية
توظيف التناسبية في حل مسائل متنوعة

توجيهات تربوية
تهدف هذه الفقرة إلى توظيف مختلف المعارف المكتسبة حول مجموعات الأعداد وإدخال الرموز الخاصة بالمجموعات. كما تهدف إلى تنظيم وتثبيت وتقوية المعارف والقدرات المكتسبة بالتعليم الثانوي الإعدادي .
انطلاقا من أنشطة وتمارين، يقدم الجذر المربع لعدد صحيح طبيعي الذي ليس مربعا كاملا، كمثال لعدد لاجذري .
اختيار أنشطة تبرز دور الرياضيات في معالجة وضعيات مستقاة من الواقع المعيش، وتمثل التناسبية أحد أوجه هذا الاستعمال .
ينبغي تزويد التلميذ بالمعلومات الأساسية المتعلقة بالآلة الحاسبة العلمية (حساب جذر مربع، مجاميع جبرية، قيم مقربة ...)

I. مجموعات الأعداد

نشاط : من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعدادا صحيحة طبيعية : 2 ; -5 ; 11 ; $\frac{11}{4}$; -17 ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{16}$; 5 ; 2 .

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N}=\{0;1;2;\cdots\}$
- الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ و نكتب: $\mathbb{Z}=\{\cdots-3;-2;0;1;2;3;\cdots\}$
- الأعداد العشرية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز D
- الأعداد الجذرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث: $a\in\mathbb{Z}$ و $b\in\mathbb{N}^*$, تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.
- الأعداد الجذرية و اللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.

أنشطة : استعمال الرموز: $\in;\notin;\subset;\not\subset$

العدد 7- هو عنصر من $\mathbb{Z}$ نكتب $-7\in\mathbb{Z}$ نقرأ:" 7- ينتمي الى $\mathbb{Z}$ "
في حين 7- لا ينتمي الى $\mathbb{N}$ و نكتب $-7\notin\mathbb{N}$ ولدينا $\frac{2}{3}\in\mathbb{Q}$

$\sqrt{2}\in\mathbb{R}$ لكن $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ لأنه لا يمكن ايجاد عددين صحيحين a و b بحيث $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ و b غير منعدم.

كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$.

ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة D ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $D\not\subset\mathbb{Z}$.
لأن هناك عناصر من D لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$.
كذلك: كل عنصر من D هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $D\subset\mathbb{Q}$
و كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$. لدينا
اذن: $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset D\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$

تمرين1: باستعمال الرموز: $\in;\notin;\subset;\not\subset$ املأ الفراغات التالية :

$-7\ldots\ \mathbb{Z}$ و $\frac{2}{3}\ldots\ldots\mathbb{Q}$ و $\sqrt{2}\ldots\ldots\mathbb{Q}$ و $\sqrt{2}\ldots\ldots\mathbb{R}$

و $\mathbb{Q}\ldots\ldots\mathbb{R}$ و $\mathbb{N}\ldots\ldots\mathbb{Q}$

$\mathbb{R}^+\ldots\ldots-\frac{2}{3}$ و $\mathbb{N}\ldots\ldots\frac{2}{3}$ و $\mathbb{N}\ldots\ldots\frac{6}{2}$ و

$\mathbb{N}\ldots\ldots\frac{\sqrt{100}}{5}$ و $\mathbb{Q}\ldots\ldots\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Q}\ldots\ldots\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}\ldots\ldots\pi$ و $\mathbb{Q}^{*-}\ldots\ldots-\frac{7}{3}$ و $\mathbb{Q}\ldots\ldots\sqrt{2}$ و

$\mathbb{N}\ldots\ldots\sqrt{16}$ و $\mathbb{N}\ldots\ldots\mathbb{Q}$ و $\mathbb{R}^*\ldots\ldots0$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ وخاصياتها

1. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$

الجمع في $\mathbb{R}$

a و b و c أعداد حقيقية

1) $a+b=b+a$

2) $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

3) $a+0=0+a=a$

4) $(-a)+a=a+(-a)=0$

الضرب في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

1. $a\times b=b\times a=ab=ba$
2. $a(bc)=(ab)c=(ac)b=abc$
3. $a\neq 0; a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=\frac{a}{a}=1$

العمليات على الكسور: a و b و c و d أعداد حقيقية

بحيث $bd\neq 0$

1) $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

2) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

3) $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

4) $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

5) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

6) $\frac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}; bc\neq 0$

7) $-a$ يسمى مقابل a

8) $a-b=a+(-b)$

9) $-(a-b)=-a+b$

10) $\frac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a\neq 0$

العدد $\frac{a}{b}$ حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}^*$ يسمى خارج العدد a على b.

$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$

11) $\frac{a}{b}=c$ يكافئ $a=bc$

12) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يكافئ $ad=bc$

13) $\frac{a}{b}=1$ يكافئ $a=b$

14) $\frac{a}{b}=0$ يكافئ $a=0$

أمثلة : أحسب و بسط :

$A=-\frac{5}{9}+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}$ و $B=-3(-11)+7-5+8-10$ و

$C=3a-4b+c+11a-3b-7c$

$D=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}$ و $E=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}$ و $F=\frac{4}{7}\times\frac{14}{6}-\frac{25}{8}\times\frac{3}{15}$

$G=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}+1-\frac{3}{2}\right)$ $H=\left(1-\frac{4}{3}\right)^2$

الأجوبة :

$A=-\frac{5}{9}+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=-\frac{5}{9}+\frac{10}{3}=\frac{-5+30}{9}=\frac{25}{9}$

$B=-3(-11)+7-5+8-10=33+7-5+8-10$

$B=33+7+8-5-10=48-15=33$

$C=3a-4b+c+11a-3b-7c=14a-7b-6c$

$D=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}=\frac{\frac{16}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{16}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{32}{3}$

$E=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}=\frac{9}{12}+\frac{20}{12}-\frac{14}{12}=\frac{9+20-14}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$

$F=\frac{4}{7}\times\frac{14}{6}-\frac{25}{8}\times\frac{3}{15}=\frac{4}{7}\times\frac{7}{3}-\frac{5}{8}\times\frac{3}{3}=\frac{4}{3}-\frac{5}{8}=\frac{32-15}{24}=\frac{17}{24}$

$G=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}+1-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{3}-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{10-9}{6}\right)$

$G=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

$H=\left(1-\frac{4}{3}\right)^2=\left(\frac{3-4}{3}\right)^2=\left(\frac{-1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

تمرين2: أحسب و بسط :

$A=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}$ و $B=3(-12)-5+14-10$ و

$C=3a-5b+5c-2a-4b-3c-a-2c$

$D=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}$ و $E=\frac{-2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{4}-2$ و $F=\frac{4}{3}\times\frac{12}{15}-\frac{16}{3}\times\frac{6}{8}$

$G=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)$ $H=\left(1-\frac{5}{2}\right)^2$ $M=\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)^2$

$N=\left[(a-c)-(a-b)\right]-\left[(c-a)+(b-c)\right]$

الأجوبة :

$A=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}=\frac{9}{12}+\frac{20}{12}-\frac{14}{12}=\frac{9+20-14}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$

$B=3(-12)-5+14-10$

$B=-36-5+14-10=-41+4=-37$

$C=3a-5b+5c-2a-4b-3c-a-2c=-9b$

$D=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}=\frac{\frac{16}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{16}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{32}{3}$

$E=\frac{-2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{4}-2=\frac{-8}{12}+\frac{14}{12}-\frac{3}{12}-\frac{24}{12}=\frac{-8+14-3-24}{12}=\frac{-21}{12}=\frac{-7}{4}$

$F=\frac{4}{3}\times\frac{12}{15}-\frac{16}{3}\times\frac{6}{8}=\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}-4=\frac{16}{15}-4=\frac{16-60}{15}=\frac{-44}{15}$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

$$G=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{10}+\frac{10}{10}-\frac{5}{10}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{4+10-5}{10}\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{9}{10}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{3\times3}{5\times2}=\frac{3}{5}$$

$$G=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$$

$$H=\left(1-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{2-5}{2}\right)^2=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$$

$$M=\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{4-15}{6}\right)^2=\left(\frac{-11}{6}\right)^2=\frac{(-11)^2}{6^2}=\frac{121}{36}$$

$$N=\left[(a-c)-(a-b)\right]-\left[(c-a)+(b-c)\right]=(a-c-a+b)-(c-a+b-c)$$

$$N=a-c-a+b-c+a-b+c=a-c$$

تمرين3 : أحسب A و B بحيث $a=-2\ ;\ b=-6\ ;\ c=5$

$$A=2a-b(a+b)+c^2-3ab+b^2$$

$$B=\frac{a}{b}-\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{a}{c}$$

III. متطابقات هامة_النشر و التعميل:

1)خاصيات:

لكل a و b من $\mathbb{R}$ لدينا: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

1) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

2) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

3) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

4) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$

a و b و k أعداد حقيقية

- $k(a+b)=ka+kb$
- $k(a-b)=ka-kb$
- $(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$

ملحوظة:

ننشر $(a+b)(a+b)^2$ و $(a-b)(a-b)^2$ و نحصل على المتطابقتين الهامتين التاليتين:

- $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
- $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

نشاط:

عندما تعجز الآلة الحاسبة

أحسب:

$$A=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)$$

نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحدتها

لتبسيط الحساب نضع: $x=200520052006$

إذن: $200520052005=x-1$ و $200520052007=x+1$.

و منه: $A=x^2-(x-1)(x+1)$

$$=x^2-(x^2-1)$$

$$=x^2-x^2+1$$

$$=1$$

إذن:

$$A=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)=1$$

2)النشر

أمثلة: أنشر: $x\in\mathbb{R}$

$(2x+1)^2$, $(\sqrt{2}-3)^2$, $(3x-1)^2$, $-2x(3x-4)$,

$(3x-2)(x+3)$, $(3\sqrt{3}-2)(3\sqrt{3}+2)$, $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{5}\right)$,

$(x-1)^3$, $(2x+1)^3$, $(2x-1)^3$ و $(3x-2)^3$

الأجوبة :

$$(2x+1)^2=(2x)^2+2\times2x\times1+1^2=4x^2+4x+1$$

$$(\sqrt{2}-3)^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times3+3^2=2-6\sqrt{2}+9=11-6\sqrt{2}$$

$$(3x-1)^2=(3x)^2-2\times3x\times1+1^2=9x^2-6x+1$$

$$-2x(3x-4)=-6x^2+8x$$

$$(3x-2)(x+3)=3x^2+9x-2x-6=3x^2+7x-6$$

$$(3\sqrt{3}-2)(3\sqrt{3}+2)=(3\sqrt{3})^2-2^2=27-4=23$$

$$\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{4}{9}x^2-\frac{9}{25}$$

$$(x-1)^3=(x)^3-3(x)^2\times1+3\times x\times(1)^2-(1)^3=x^3-3x^2+3x-1$$

$$(2x+1)^3=(2x)^3+3(2x)^2\times1+3\times2x\times(1)^2+(1)^3=8x^3+12x^2+6x+1$$

$$(2x-1)^3=(2x)^3-3(2x)^2\times1+3\times2x\times(1)^2-(1)^3=8x^3-12x^2+6x-1$$

$$(3x-2)^3=(3x)^3-3(3x)^2\times2+3\times3x\times(2)^2-(2)^3=27x^3-54x^2+36x-8$$

تمرين4: أنشر: $x\in\mathbb{R}$

$(3x+1)^2$, $(\sqrt{3}-2)^2$, $(5x-2)^2$, $-3x(4x-2)$,

$(5x-2)(2x+1)$, $(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)$, $\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}\right)$,

$(x-2)^3$, $(3x+1)^3$, $(3x-1)^3$ و $(2x-5)^3$

الأجوبة :

$$(3x+1)^2=(3x)^2+2\times3x\times1+1^2=9x^2+6x+1$$

$$(\sqrt{3}-2)^2=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times2+2^2=3-4\sqrt{3}+4=7-4\sqrt{3}$$

$$(3x-1)^2=(3x)^2-2\times3x\times1+1^2=9x^2-6x+1$$

$$-3x(4x-2)=-12x^2+6x$$

$$(5x-2)(2x+1)=10x^2+5x-4x-2=10x^2+x-2$$

$$(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)=(2\sqrt{5})^2-3^2=20-9=11$$

$$\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{4}x^2-\frac{4}{9}$$

$$(x-2)^3=(x)^3-3(x)^2\times2+3\times x\times(2)^2-(2)^3=x^3-6x^2+12x-8$$

$$(3x+1)^3=(3x)^3+3(3x)^2\times1+3\times3x\times(1)^2+(1)^3=27x^3+27x^2+9x+1$$

$$(3x-1)^3=(3x)^3-3(3x)^2\times1+3\times3x\times(1)^2-(1)^3=27x^3-27x^2+9x-1$$

$$(2x-5)^3=(2x)^3-3(2x)^2\times5+3\times2x\times(5)^2-(5)^3=8x^3-60x^2+150x-125$$

3)التعميل

أمثلة : عمل التعابير التالية: $A=3x^2-3x$ و $B=9x-3$

و $C=4x^2-9$ و $D=1-(1-3x)^2$ و $E=x^3-x^2$

و $F=16x^2-8x+1$ $G=16-25x^2$ و $H=4x^2+4x+1$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

أجوبة:

$A=3x^2-3x=3x(x-1)$

$B=9x-3=3(3x-1)$

$C=4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x-3)(2x+3)$

$D=1-(1-3x)^2=1^2-(1-3x)^2=(1-(1-3x))(1+(1-3x))$

$D=(1-1+3x)(1+1-3x)=3x(2-3x)$

$E=x^3-x^2=x^2(x-1)$

$F=16x^2-8x+1=(4x)^2-2\times4x\times1+1^2=(4x-1)^2$

$G=16-25x^2=(4)^2-(5x)^2=(4-5x)(4+5x)$

$H=4x^2+4x+1=(2x)^2+2\times2x\times1+1^2=(2x+1)^2$

تمرين5 عمل التعابير التالية: $A=6x^3-2x$ و $B=12x-4$ و $C=25x^2-16$ و $D=4-(2-x)^2$ و $E=x^4-2x^2$ و $F=9x^2-6x+1$ و $G=1-4x^2$ و $H=25x^2+20x+4$

أجوبة:

$A=6x^3-2x=2x(3x^2-1)$

$B=12x-4=4(3x-1)$

$C=25x^2-16=(5x)^2-4^2=(5x-4)(5x+4)$

$D=4-(2-x)^2=2^2-(2-x)^2=(2-(2-x))(2+(2-x))$

$D=(2-2+x)(2+2-x)=x(4-x)$

$E=x^4-2x^2=x^2(x^2-2)$

$F=9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times3x\times1+1^2=(3x-1)^2$

$G=1-4x^2=(1)^2-(2x)^2=(1-2x)(1+2x)$

$H=25x^2+20x+4=(5x)^2+2\times5x\times2+2^2=(5x+2)^2$

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

1)تعريف:

ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n\in\mathbb{N}$.

- $a^1=a;a^0=1$
- $a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\cdots\times a}_{\text{مرة العدد}}$
- $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا:

- $a^n\times b^n=(ab)^n$
- $a^n\times a^m=a^{n+m}$
- $(a^n)^m=a^{nm}=(a^m)^n$
- $\dfrac{a^n}{b^n}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
- $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}=\dfrac{1}{a^{m-n}}$

أمثلة : أحسب وبسط حيث $a\in\mathbb{R}^*$:

$a^5\times a^3\times a^1\times a^{-2}$,$(a^3)^5$,$(-3)^5$,$\left(-\dfrac{1}{3}\right)^4$,$\left(\dfrac{2}{3}\right)^4$

$A=\dfrac{9^2}{3^{-2}}\times\dfrac{3^5}{81^3}$ و $\left(\dfrac{a}{2}\right)^6$,$(3a)^2$,$a^6\times a^{-3}$

$C=2^3\times(2^2)^4\times(2^{-5})^3$ و $B=(-5)^2\times(5^2)^4\times(5^{-5})^3\times5^5$

$E=\dfrac{(-2)^3\times(4^2)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}$ $D=\dfrac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^3}\times\dfrac{9}{2^2}$

الجواب :

$(-2)^5=-32$ و $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{1^4}{3^4}=\dfrac{1}{81}$ و $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=\dfrac{2^4}{3^4}=\dfrac{16}{81}$

$a^5\times a^3\times a^1\times a^{-2}=a^{5+3+1+(-2)}=a^7$ و $((a)^2)^5=a^{2\times5}=a^{10}$

$(3a)^2=3^2\times a^2=9a^2$ و $a^6\times a^{-3}=a^{6+(-3)}=a^3$

$\left(\dfrac{a}{2}\right)^6=\dfrac{a^6}{2^6}=\dfrac{a^6}{64}$

$A=\dfrac{9}{3^{-2}}\times\dfrac{3^5}{81^3}=\dfrac{3^2}{3^{-2}}\times\dfrac{3^5}{9^3}=\dfrac{3^2}{3^{-2}}\times\dfrac{3^5}{(3^2)^3}$

$A=\dfrac{3^2\times3^5}{3^{-2}\times(3^2)^3}=\dfrac{3^2\times3^5}{3^{-2}\times3^6}=3^2\times3^5\times3^2\times3^{-6}=3^{2+5+2-6}=3^3=27$

$B=(-5)^2\times(5^2)^4\times(5^{-5})^3\times5^5=5^2\times(5^2)^4\times(5^{-5})^3\times5^5$

$B=5^2\times5^{2\times4}\times5^{-5\times3}\times5^5=5^{2+8-15+5}=5^0=1$

$C=2^3\times(2^2)^4\times(2^{-5})^3=2^3\times2^8\times2^{-15}=2^{3+8-15}=2^{-4}=\dfrac{1}{2^4}=\dfrac{1}{16}$

$D=\dfrac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^3}\times\dfrac{9}{2^2}=\dfrac{3^{-5}\times(2^2)^{-2}}{(3\times2^2)^3}\times\dfrac{3^2}{2^2}=\dfrac{3^{-5}\times(2)^{-4}\times3^2}{(3)^3\times2^6\times2^2}$

$D=\dfrac{3^{-5}\times(2)^{-4}\times3^2}{(3)^3\times2^6\times2^2}=3^{-5}\times2^{-4}\times3^2\times(3)^{-3}\times2^{-6}\times2^{-2}=3^{-5-3+2}\times2^{-4-6-2}$

$D=3^{-6}\times2^{-12}$

$E=\dfrac{(-2)^3\times(4^2)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}=\dfrac{-2^3\times4^{2\times(-1)}\times2^3}{1024\times(-2^3)^{-4}}=\dfrac{-2^3\times(2^2)^{-2}\times2^3}{2^{10}\times(-2^3)^{-4}}$

$E=-2^3\times(2^2)^{-2}\times2^3\times2^{-10}\times(-2)^{3\times4}=-2^{3-4+3-10+12}=-2^4=-16$

تمرين6 : أحسب وبسط حيث $a\in\mathbb{R}^*$:

$a^7\times a^{-3}\times a^5\times a^{-8}$,$((a)^{-2})^3$,$(-5)^3$,$\left(-\dfrac{3}{2}\right)^4$,$\left(-\dfrac{3}{5}\right)^3$

$A=\dfrac{4}{2^{-3}}\times\dfrac{2^5}{16^3}$ و $\left(\dfrac{a}{3}\right)^5$,$(5a)^3$,$a^7\times a^{-9}$

$C=2^7\times(2^5)^2\times(2^{-5})^3$ و $B=(-3)^2\times(3^2)^4\times(3^{-5})^3\times3^4$

$E=\dfrac{3^{-2}\times(9^2)^3\times8}{27\times81\times(-3)^6}$ $D=\dfrac{5\times3^{-2}}{15^2}\times\dfrac{81}{5^{-4}}$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

الجواب :

$\left(-\frac{3}{5}\right)^3=-\frac{3^3}{5^3}=-\frac{27}{125}$ و $\left(-\frac{3}{2}\right)^4=\frac{3^4}{2^4}=\frac{81}{16}$

$(-5)^3=-5^3=-125$

$a^7\times a^{-3}\times a^5\times a^{-8}=a^{7-3+5+(-8)}=a^1=a$ و $\left((a)^{-2}\right)^3=a^{-2\times 3}=a^{-6}$

$a^7\times a^{-9}=a^{7+(-9)}=a^{-2}=\frac{1}{a^2}$

$(5a)^3=5^3\times a^3=125a^3$

$\left(\frac{a}{3}\right)^5=\frac{a^5}{3^5}=\frac{a^5}{243}$

$A=\frac{4}{2^{-3}}\times\frac{2^5}{16^3}=\frac{2^2\times 2^5}{2^3\times 2^{12}}=2^2\times 2^5\times 2^3\times 2^{-12}=2^{2+5+3-12}=2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$

$B=(-3)^2\times\left(3^2\right)^4\times\left(3^{-5}\right)^3\times 3^4=3^2\times\left(3^2\right)^4\times\left(3^{-5}\right)^3\times 3^4$

$B=3^2\times 3^{2\times 4}\times 3^{-5\times 3}\times 3^4=3^{2+8-15+4}=3^{-1}=\frac{1}{3}$

$C=2^7\times\left(2^5\right)^2\times\left(2^{-5}\right)^3=2^7\times 2^{10}\times 2^{-15}=2^{7+10-15}=2^2=4$

$D=\frac{5\times 3^{-2}}{15^2}\times\frac{81}{5^{-4}}=\frac{5^1\times 3^{-2}\times(3)^4}{(3\times 5)^2\times 5^{-4}}=5^1\times 3^{-2}\times 3^4\times 3^{-2}\times 5^{-2}\times 5^4=5^3=125$

$E=\frac{3^{-2}\times\left(9^2\right)^3\times 8}{27\times 81\times(-3)^6}=\frac{3^{-2}\times 3^{12}\times 2^3}{3^3\times 3^4\times 3^6}=3^{-2}\times 3^{12}\times 2^3\times 3^{-3}\times 3^{-4}\times 3^{-6}=3^0=1$

حالة خاصة:قوى العدد 10:

$10^1=10$ و $10^0=1$

$10^{-2}=0,01$

$10^{-1}=0,1$

$10^n=\underbrace{1000\cdots 0}_{n};n\in\mathbb{N}$ **أمثلة :**

1) أحسب : 10^{-3} , 11^{-2}

2) أكتب على شكل قوة: 100000 و $0,0001$ و $0,002$

تمرين7: أحسب وبسط : $A=\frac{\left(10^6\right)^4\times 10^{-2}}{10^4\times 10^6\times 10^{-13}}$ و

$B=\frac{10^{-8}\times 10^9\times 10^7\times 10^{-4}}{10^{-2}\times 10^3\times 10^5}$

الجواب :

$A=\frac{\left(10^6\right)^4\times 10^{-2}}{10^4\times 10^6\times 10^{13}}=10^{24}\times 10^{-2}\times 10^{-4}\times 10^{-6}\times 10^{13}=10^{-1}=\frac{1}{10}=0.1$

$B=\frac{10^{-8}\times 10^9\times 10^7\times 10^{-4}}{10^{-2}\times 10^3\times 10^5}=10^{-8}\times 10^9\times 10^7\times 10^{-4}\times 10^2\times 10^{-3}\times 10^{-5}$

$B=10^{-8+9+7-4+2-3-5}=10^{-2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}=0.01$

2)الكتابة العلمية:

كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل $x=a\times 10^p$ حيث p ينتمي الى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1\le a\prec 10$.

هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: إذا كان x عددا سالبا فان كتابته العلمية هي $x=-a\times 10^p$

مثال: المسافة بين الأرض و الشمس هي: 149597870 كلم,

تكتب $1,4959787\times 10^8$ كلم.

تمرين8:أجب بصحيح أو خطأ

- الكتابة العلمية للعدد : 149597870 كلم هي $1,4959787\times 10^8$ كلم.
- $3,25\times 10^4$ هي كتابة علمية
- 15×10^3 هي كتابة علمية
- الكتابة العلمية للعدد : -17000000 هي -1.7×10^7

الجواب: الكتابة العلمية تكون على الشكل $x=a\times 10^p$ أو $x=-a\times 10^p$

حيث p ينتمي الى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1\le a\prec 10$. ومنه

- $1,4959787\times 10^8$ هي كتابة علمية صحيح
- $3,25\times 10^4$ هي كتابة علمية صحيح
- 15×10^3 هي كتابة علمية خطأ
- -1.7×10^7 هي كتابة علمية صحيح

تمرين9 : حدد الكتابة العلمية للأعداد التالية

300 000 و 0 45 000 و 0,01 و 0,001 و 100 368

0 000و000 25 000 000 و 0.0002

الجواب: $300000=3\times 10^5$ و $450000=4.5\times 10^5$

و $0.01=10^{-2}$ و $0.001=10^{-3}$ و $3681000000=3.681\times 10^9$

$25000000=2.5\times 10^7$ و $0.0002=2\times 10^{-4}$

V. الجذور المربعة:

تعريف:ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x , العدد الحقيقي الموجب y .

بحيث $y^2=x$. و نكتب $\sqrt{x}=y$.

$\sqrt{x}=y$ يكافئ $x=y^2$ و $y\ge 0$.

أمثلة: $\sqrt{9}=3$ و $\sqrt{81}=9$

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا:

$\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n};n\in\mathbb{N}^*$ و $\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a$ و

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}};b\succ 0$

$\sqrt{\frac{1}{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}};a\succ 0$ و $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

إذا كان $x\ge 0$ و $y\ge 0$ فان : $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ يكافئ $x=y$.

$\sqrt{x}=0$ أذا و فقط إذا كان $x=0$.

أمثلة : بسط و أحسب

$A=\sqrt{16}$ $B=\sqrt{8}$ $C=\sqrt{\frac{9}{2}}$ $D=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$

$E=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}$

$F=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ و $G=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$

$H=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\right]^2$

$M=(200520052006)^2-(200520052005\times 200520052007)$

عندما تعجز الآلة الحاسبة

الجواب: $A=\sqrt{16}=4$ و $B=\sqrt{8}=\sqrt{2\times 4}=\sqrt{2}\times\sqrt{4}=2\sqrt{2}$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

$$C=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$D=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}=\sqrt{\frac{28}{14}}=\sqrt{2}$$

$$E=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}=3\sqrt{4\times5}+4\sqrt{9\times5}-2\sqrt{16\times5}-\sqrt{36\times5}$$

$$E=3\times2\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}-2\times4\sqrt{5}-6\sqrt{5}=6\sqrt{5}+12\sqrt{5}-8\sqrt{5}-6\sqrt{5}=(6+12-8-6)\sqrt{5}$$

$$E=4\sqrt{5}$$

$$F=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}$$

$$F=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}$$

$$F=\frac{3+2\sqrt{15}+5-\left(3-2\sqrt{15}+5\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{3+2\sqrt{15}+5-3+2\sqrt{15}-5}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{15}}{-2}=-2\sqrt{15}$$

$$G=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2\right)$$

$$G=5+2\sqrt{10}+2-\left(5-2\sqrt{10}+2\right)=5+2\sqrt{10}+2-5+2\sqrt{10}-2=4\sqrt{10}$$

$$H=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\right]^2=\left(\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right)^2=(2-3)^2=(-1)^2=1$$

حساب: $M=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)$

نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحداتها لتبسيط الحساب

نضع: $x=200520052006$

إذن: $200520052005=x-1$ و $200520052007=x+1$

و منه: $M=x^2-(x-1)(x+1)$

$$M=x^2-\left(x^2-1\right)=x^2-x^2+1=1$$

تمرين10: بسط و أحسب

$$A=\sqrt{121}\qquad B=\sqrt{50}\qquad C=\sqrt{\frac{16}{3}}\qquad D=\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}$$

$$E=6\sqrt{8}+\sqrt{32}-2\sqrt{98}$$

$$F=\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}\quad\text{و}\quad G=\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2$$

$$H=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\right]^2$$

$$M=\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2015}\times\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2015}\qquad G=\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2$$

$$Q=\left(\sqrt{3}+1\right)^3\qquad P=(5x+2)^3\qquad N=\left(\sqrt{75}-\sqrt{98}\right)\times\left(5\sqrt{3}+7\sqrt{2}\right)$$

$$G=(2015200052004)^2-(2015200052002\times2015200052006)$$

الجواب:

$$A=\sqrt{121}=11\quad\text{و}\quad B=\sqrt{50}=\sqrt{2\times25}=\sqrt{2}\times\sqrt{25}=5\sqrt{2}$$

$$C=\sqrt{\frac{16}{3}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$$

$$D=\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{60}{15}}=\sqrt{4}=2$$

$$E=6\sqrt{8}+\sqrt{32}-2\sqrt{98}=6\sqrt{4\times2}+\sqrt{16\times2}-2\sqrt{49\times2}$$

$$E=12\sqrt{2}+4\sqrt{2}-14\sqrt{2}$$

$$E=2\sqrt{2}$$

$$F=\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}=\frac{\left(5\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)+-5\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)}$$

$$F=\frac{5\sqrt{7}\sqrt{2}+5\sqrt{7}\sqrt{7}+5\sqrt{2}\sqrt{2}-5\sqrt{2}\sqrt{7}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{35+10}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{45}{-5}=-9$$

$$G=\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}\sqrt{11}+\left(\sqrt{11}\right)^2-\left(\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\sqrt{11}+\left(\sqrt{11}\right)^2\right)$$

$$G=3+2\sqrt{33}+11-\left(3-2\sqrt{33}+11\right)=3+2\sqrt{33}+11-3+2\sqrt{33}-11=4\sqrt{33}$$

$$H=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\right]^2=\left[\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2\right]^2$$

$$H=[2-7]^2=(-5)^2=25$$

$$M=\left(\left(4\sqrt{3}-7\right)\left(4\sqrt{3}+7\right)\right)^{2015}=\left(\left(4\sqrt{3}\right)^2-(7)^2\right)^{2015}=(48-49)^{2015}=(-1)^{2015}=-1$$

$$N=\left(\sqrt{75}-\sqrt{98}\right)\times\left(5\sqrt{3}+7\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{25\times3}-\sqrt{49\times2}\right)\times\left(5\sqrt{3}+7\sqrt{2}\right)$$

$$N=\left(5\sqrt{3}-7\sqrt{2}\right)\times\left(5\sqrt{3}+7\sqrt{2}\right)=\left(5\sqrt{3}\right)^2-\left(7\sqrt{2}\right)^2$$

$$N=75-98=75-98=-23$$

$$P=(5x+2)^3=(5x)^3+3(5x)^2\times2+3\times5x\times(2)^2+(2)^3$$

$$P=125x^3+150x^2+60x+8$$

$$Q=\left(\sqrt{3}+1\right)^3=\left(\sqrt{3}\right)^3+3\left(\sqrt{3}\right)^2\times1+3\times\sqrt{3}\times(1)^2+(1)^3$$

$$Q=3\sqrt{3}+9+3\times\sqrt{3}+1=6\sqrt{3}+10$$

$$G=(2015200052004)^2-(2015200052002\times2015200052006)$$

نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحداتها

لتبسيط الحساب نضع: $x=2015200052004$

إذن: $x-2=2015200052002$ و $x+2=2015200052006$

و منه: $G=x^2-(x-2)(x+2)$

$$G=x^2-\left(x^2-4\right)=x^2-x^2+4=4$$

VI. التناسبية

تعريف : a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd\neq0$

نقول إن الأعداد a و b و c و d تكون في هذا الترتيب تناسبا إذا وفقط إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

مثال : حدد العدد الحقيقي x إذا علمت أن الأعداد : $x+1$ و 3 و x و 2 تكون في هذا الترتيب تناسبا

الجواب : $x+1$ و 3 و x و 2 تكون في هذا الترتيب تناسبا

يعني $\frac{x+1}{3}=\frac{x}{2}$ يعني $2(x+1)=3x$

يعني $2x+2=3x$ يعني $-x=-2$ يعني $x=2$