

الأستاذ:
نجيب
عثماني

تمارين محلولة: الدوال العددية
المستوى : الجذع مشترك أدبي

أكاديمية
الجهة
الشرقية

تمرين 4: حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{4x - 12} \quad (2) \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{7x - 1}{x^3 - 2x} \quad (4) \quad f(x) = \frac{x + 10}{4x^2 - 1} \quad (3)$$

$$f(x) = \sqrt{-3x + 6} \quad (6) \quad f(x) = \frac{x - 5}{2x^2 - 5x - 3} \quad (5)$$

الجواب (1): $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10$

يعني $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4x - 12 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{4x - 12} \quad (2)$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{3\} \text{ ومنه } x = 3 \text{ يعني } 4x = 12$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4x^2 - 1 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x + 10}{4x^2 - 1} \quad (3)$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 0 \text{ يعني } 4x^2 - 1 = 0$$

$$\text{يعني } 2x - 1 = 0 \text{ أو } 2x + 1 = 0 \text{ يعني } x = \frac{1}{2} \text{ أو } x = -\frac{1}{2} \text{ ومنه}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{7x - 1}{x^3 - 2x} \quad (4)$$

$$x = 0 \text{ أو } x^2 - 2 = 0 \text{ يعني } x(x^2 - 2) = 0$$

$$\text{يعني } x^2 = 2 \text{ أو } x = 0 \text{ يعني } x = \sqrt{2} \text{ أو } x = -\sqrt{2} \text{ أو } x = 0$$

$$\text{ومنه } D_f = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$$

$$f(x) = \frac{x - 5}{2x^2 - 5x - 3} \quad (5)$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 5x - 3 \neq 0\} \text{ يعني}$$

$$\text{نحل المعادلة باستعمال المميز} \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$c = -3 \text{ و } b = -5 \text{ و } a = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25 + 24 = 49 = (7)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{(-5) - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{(-5) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{7 + 5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{ومنه: } D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; 3 \right\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / -3x + 6 \geq 0\} \text{ يعني } f(x) = \sqrt{-3x + 6} \quad (6)$$

$$-3x + 6 \geq 0 \text{ يعني } -3x \geq -6$$

$$D_m =]-\infty; 2] \text{ ومنه } x \leq 2 \text{ يعني } x \leq \frac{-6}{-3}$$

تمرين 1: نعتبر الدالة العددية f المعرفة كالتالي: $f(x) = -2x$

أنقل و أتمم الجدول التالي:

		$\frac{5}{2}$			1	x
13	$\frac{2}{7}$		-1	-6		$f(x)$

الجواب: $f(x) = -2x$

$-\frac{13}{2}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	1	x
13	$\frac{2}{7}$	-5	-1	-6		$f(x)$

تمرين 2: ليكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = 3x^2 - 1$$

1. أحسب: $f(\sqrt{2})$ و $f(-1)$ و $f(1)$

2. حدد سوابق العدد 2

الجواب (1): $f(1) = 3 \times 1^2 - 1 = 3 - 1 = 2$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$f(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$3 \times x^2 = 3 \text{ يعني } 3 \times x^2 - 1 = 2 \text{ يعني } f(x) = 3 \times x^2 - 1 = 2$$

$$\text{يعني } x^2 = 1 \text{ يعني } x = 1 \text{ أو } x = -1 \text{ ومنه للعدد سابقين هما } x = 1 \text{ أو } x = -1$$

تمرين 3: حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$g(x) = \frac{x^3}{2x - 4} \quad (2) \quad f(x) = 3x^2 - x + 1 \quad (1)$$

$$m(x) = \sqrt{2x - 4} \quad (4) \quad h(x) = \frac{5x + 10}{x^2 - 9} \quad (3)$$

الجواب (1): $f(x) = 3x^2 - x + 1$

يعني $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\} \text{ يعني } g(x) = \frac{x^3}{2x - 4} \quad (2)$$

$$2x - 4 = 0 \text{ يعني } 2x = 4 \text{ يعني } x = 2$$

$$\text{ومنه } D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 9 \neq 0\} \text{ يعني } h(x) = \frac{5x + 10}{x^2 - 9} \quad (3)$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0 \text{ يعني } x^2 - 9 = 0$$

$$D_h = \mathbb{R} - \{-3; 3\} \text{ ومنه } x = -3 \text{ أو } x = 3 \text{ يعني } x + 3 = 0 \text{ أو } x - 3 = 0$$

$$D_m = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \geq 0\} \text{ يعني } m(x) = \sqrt{2x - 4} \quad (4)$$

$$D_m = [2; +\infty[\text{ ومنه } x \geq 2 \text{ يعني } 2x \geq 4$$

تمرين 5: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{2x}{x+2} \text{ و ليكن}$$

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f

و ليكن A و B نقط أفصاليها هي -1 و 2 على التوالي

(1) حدد أرتيب A و B علما أنهما ينتميان إلى (C_f).

(2) لنكن $E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right)$, $F(-3; 5)$, $G(1; 0)$ نقط من المستوى. هل

النقط E , F , و G تنتمي للمنحنى (C_f)؟

الجواب: (1) $A \in (C_f)$ يعني $A(-1; f(-1))$

$$A(-1; -2): \text{ ومنه } f(-1) = \frac{2 \times (-1)}{-1+2} = -2$$

$$B(2; 1): \text{ ومنه } f(2) = \frac{2 \times 2}{2+2} = 1 \quad B(2; f(2)) \text{ يعني } B \in (C_f)$$

$$E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in (C_f): \text{ ومنه } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)+2} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \text{ لدينا } E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in (C_f)$$

$$F(-3; 5) \notin (C_f): \text{ ومنه } f(-3) = \frac{2 \times (-3)}{(-3)+2} = 6 \neq 5 \text{ لدينا } F(-3; 5) \notin (C_f)$$

$$G(1; 0) \notin (C_f): \text{ ومنه } f(1) = \frac{2 \times 1}{1+2} = \frac{2}{3} \neq 0 \text{ لدينا } G(1; 0) \notin (C_f)$$

تمرين 6: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = x^2$$

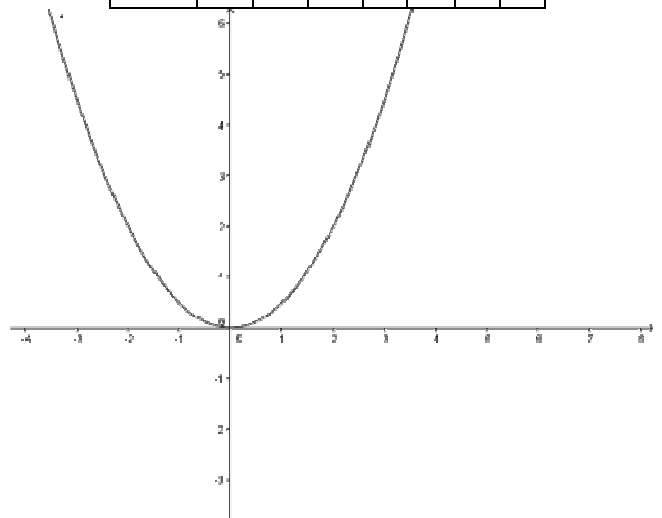
أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المعلم ($\vec{j}; \vec{i}$) ماذا تلاحظ

بالنسبة لمنحنى الدالة؟

الجواب: نلاحظ من خلال الحساب أن: التمثيل المبياني متمائل بالنسبة لمحور x

لأرتيب وأن عددين متقابلين لهما نفس الصورة

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9



تمرين 7: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f

2. بين أن f دالة زوجية

3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f

4. اعط تأويلا مبيانيا

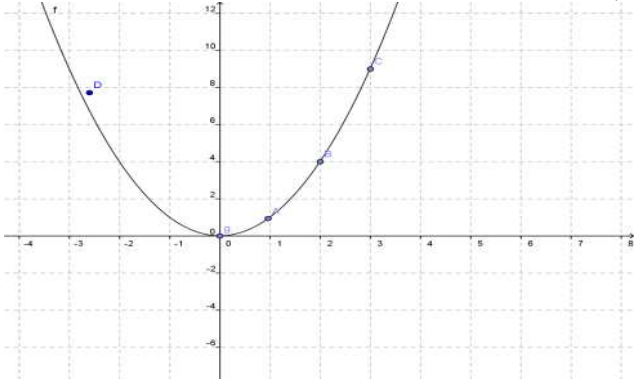
أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) أ) لكل x من \mathbb{R} لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R} .

$$f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 = f(x) \text{ (ب)}$$

ومنه f دالة زوجية

(3)



(4) محور الأرتيب محور تماثل المنحنى C_f .

تمرين 8: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة

$$f(x) = \frac{2}{x} \text{ كالتالي:}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f

2. بين أن f دالة فردية

3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f

4. اعط تأويلا مبيانيا

أجوبة: (1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

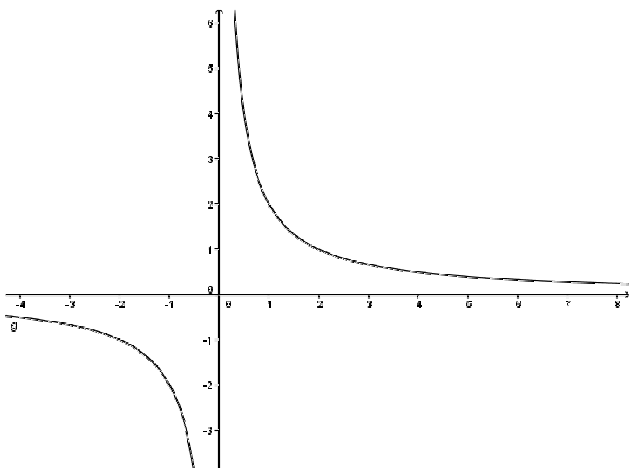
ومنه: $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

(2) أ) لكل x من \mathbb{R}^* لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R}^* .

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x) \text{ (ب)}$$

ومنه f دالة فردية (3)

x	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$



(4) نقطة O مركز تماثل المنحنى C_f .

اذن: $2x_1 < 2x_2$ ومنه $2x_1 + 1 < 2x_2 + 1$ أي

$$f(x_1) < f(x_2)$$

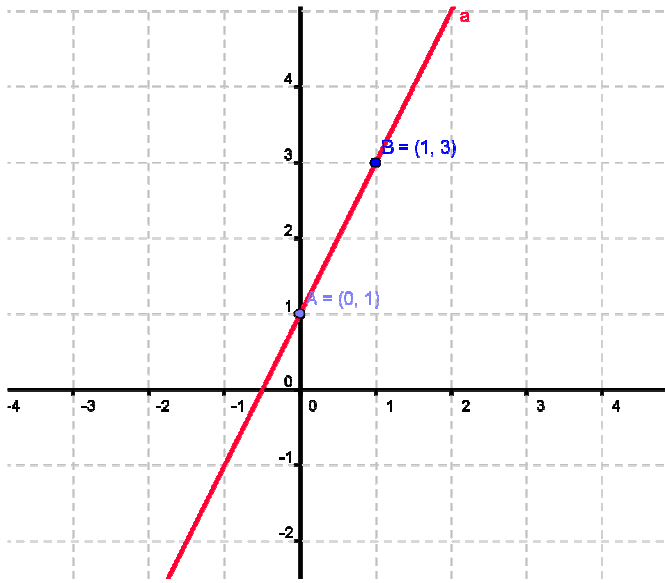
ومنه الدالة f تزايدية على \mathbb{R}

(2)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	↗	

(3) التمثيل المبياني للدالة f هو مستقيم

x	0	1
$f(x) = 2x + 1$	1	3



تمرين 12: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$f(x) = -3x$$

(1) أدرس رتبة الدالة f

(2) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(3) أرسم التمثيل المبياني للدالة f .

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن: $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن: $-3x_1 > -3x_2$ اذن $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على \mathbb{R}

(2)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	↘	

(3) التمثيل المبياني للدالة f هو مستقيم

x	0	1
$f(x) = -3x$	0	-3

تمرين 9: أدرس رتبة الدوال المعرفة كالتالي:

$$f(x) = -3x + 2 \quad (2) \quad f(x) = 4x - 3 \quad (1)$$

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن: $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن: $4x_1 < 4x_2$ اذن: $4x_1 - 3 < 4x_2 - 3$ اذن: $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على \mathbb{R}

$$(2) \quad f(x) = -3x + 2$$

$D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن: $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن: $-3x_1 > -3x_2$ اذن: $-3x_1 + 2 > -3x_2 + 2$ اذن: $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على \mathbb{R}

تمرين 10: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{2}{x+1}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]-1; +\infty[$ و $]-\infty; -1[$.

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

أجوبة: (1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 0\}$

$x+1=0$ يعني $x=-1$ ومنه: $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

(2) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

ليكن: $x_1 \in]-1; +\infty[$ و $x_2 \in]-1; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن $x_1 + 1 < x_2 + 1$ ومنه $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$ ومنه $\frac{2}{x_1 + 1} > \frac{2}{x_2 + 1}$

أي $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-1; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; -1[$

ليكن: $x_1 \in]-\infty; -1[$ و $x_2 \in]-\infty; -1[$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن $x_1 + 1 < x_2 + 1$ ومنه $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$ ومنه $\frac{2}{x_1 + 1} > \frac{2}{x_2 + 1}$

أي $f(x_1) > f(x_2)$ ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty; -1[$

(3) جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

تمرين 11: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما

$$f(x) = 2x + 1$$

(1) أدرس رتبة الدالة f

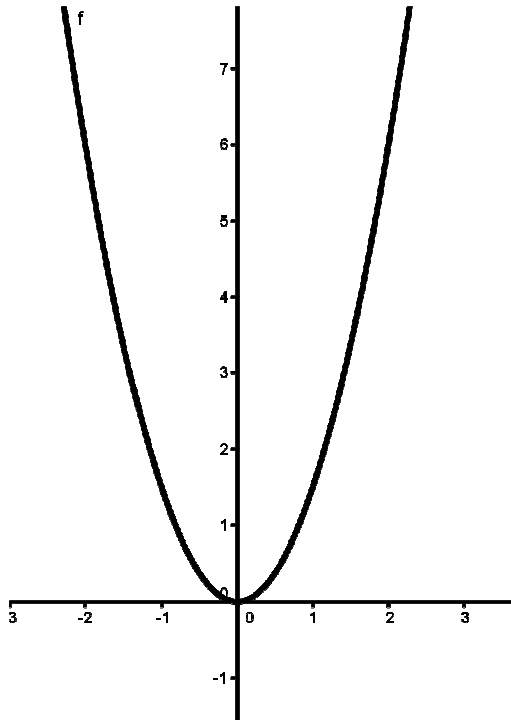
(2) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(3) أرسم التمثيل المبياني للدالة f .

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن: $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$



تمرين 14: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$.

- (1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
- (2) أدرس زوجية الدالة f .
- (3) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$.
- (4) حدد جدول تغيرات الدالة f .
- (5) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
- (6) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (\vec{i}, \vec{j}) .

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) لكل x من \mathbb{R} لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R} .

$$(ب) f(-x) = -\frac{1}{4}(-x)^2 = -\frac{1}{4}x^2 = f(x)$$

ومنه f دالة زوجية

(3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0; +\infty[$:

ليكن: $x_1 \in [0; +\infty[$ و $x_2 \in [0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 < x_2^2 \text{ ومنه } -\frac{1}{4}x_1^2 > -\frac{1}{4}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة f تناقصية على $[0; +\infty[$

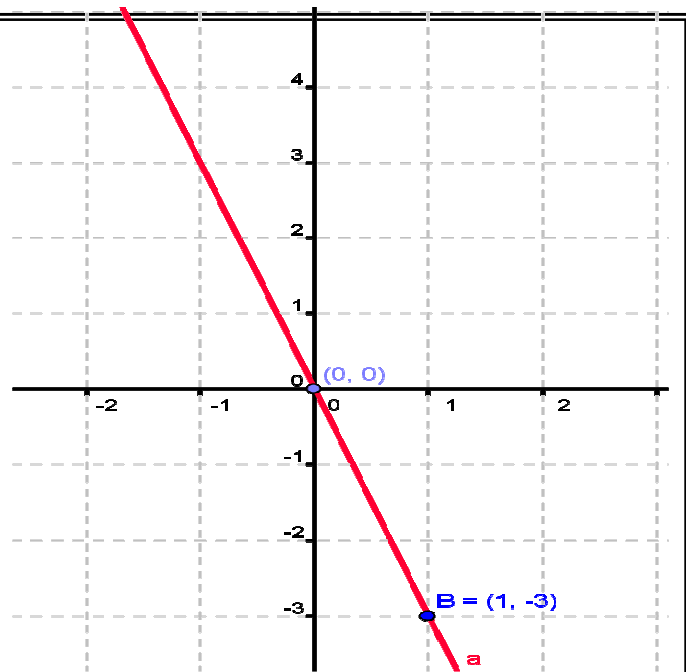
(ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$:

ليكن: $x_1 \in]-\infty; 0]$ و $x_2 \in]-\infty; 0]$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 > x_2^2 \text{ ومنه } -\frac{1}{4}x_1^2 < -\frac{1}{4}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty; 0]$

(4)



تمرين 13: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f .
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$.
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم (\vec{i}, \vec{j}) .

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) أ) لكل x من \mathbb{R} لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R} .

$$(ب) f(-x) = \frac{3}{2}(-x)^2 = \frac{3}{2}x^2 = f(x)$$

ومنه f دالة زوجية

(3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0; +\infty[$:

ليكن: $x_1 \in [0; +\infty[$ و $x_2 \in [0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 < x_2^2 \text{ ومنه } \frac{3}{2}x_1^2 < \frac{3}{2}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة f تزايدية على $[0; +\infty[$

(ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$:

ليكن: $x_1 \in]-\infty; 0]$ و $x_2 \in]-\infty; 0]$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 > x_2^2 \text{ ومنه } \frac{3}{2}x_1^2 > \frac{3}{2}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty; 0]$

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		0	

(5) رسم التمثيل المبياني للدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

تمرين 17: لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{2}{x}$

- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
- أدرس زوجية الدالة f .
- أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$.
- حدد جدول تغيرات الدالة f .
- أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

أجوبة:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} \quad (1)$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^* \quad \text{ومنه:}$$

(2) أ) لكل x من \mathbb{R}^* لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R}^* .

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x) \quad \text{ب)}$$

ومنه f دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]0; +\infty[$:

ليكن: $x_1 \in]0; +\infty[$ و $x_2 \in]0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{ومنه } \frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2} \quad \text{أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة f تناقصية على $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; 0[$

ليكن: $x_1 \in]-\infty; 0[$ و $x_2 \in]-\infty; 0[$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{ومنه } \frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2} \quad \text{أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty; 0[$

(4)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

(5)

-2	-1	0	1	2	x
-1	-2		2	1	$f(x)$

التمثيل المبياني للدالة f هو هذلول مركزه 0

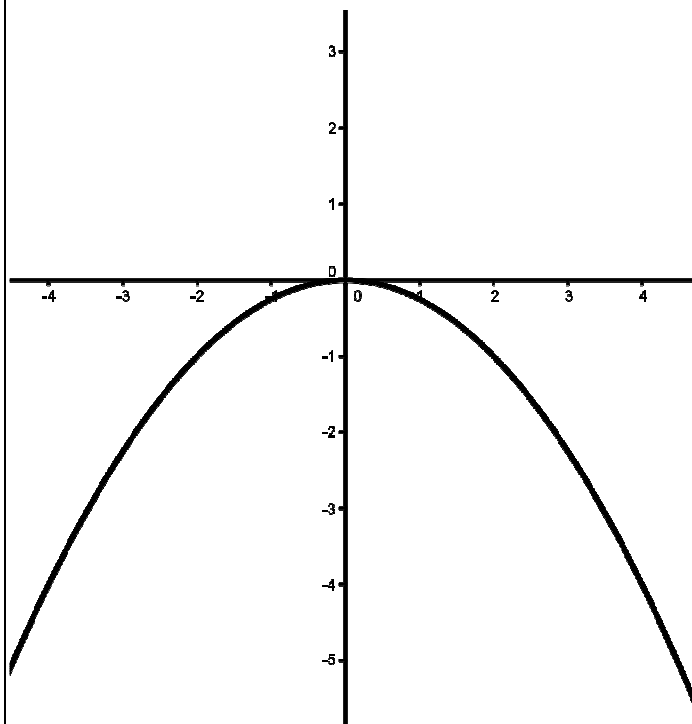
ومقرباه هما المستقيمين: $x = 0$ و $y = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘		↗

(5) الدالة f تقبل قيمة دنيا

(6) التمثيل المبياني للدالة f هو شلجم رأسه النقطة 0

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{9}{4}$



تمرين 15: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية:

$$(1) f(x) = -3x^2 \quad (2) f(x) = 5x^2 \quad (3) f(x) = \frac{7}{2}x^2$$

أجوبة: (1) $a = -3 < 0$ اذن:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗		↘

(2) $a = 5 > 0$ اذن:

$$(3) $a = \frac{7}{2} > 0$ اذن:$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘		↗

تمرين 16: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية:

$$(1) f(x) = \frac{3}{x} \quad (2) f(x) = \frac{-4}{x}$$

أجوبة: (1) $a = -4 < 0$ اذن:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗		↗

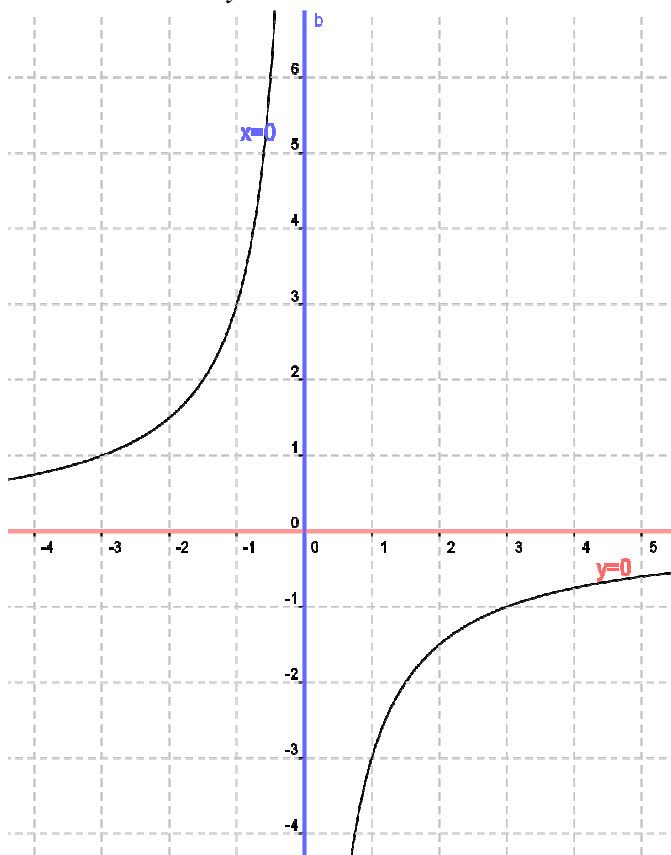
(2) $a = 3 > 0$ اذن:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

(5)

-3	-1	0	1	3	x
1	3		-3	-1	$f(x)$

التمثيل المبياني للدالة f هو هذلول مركزه 0 ومقرباه هما المستقيمين $x=0$ و $y=0$



تمرين 191: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{-2}{x}$

6. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
7. أدرس زوجية الدالة f .
8. أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$.
9. حدد جدول تغيرات الدالة f .
10. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

أجوبة: (1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

ومنه: $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

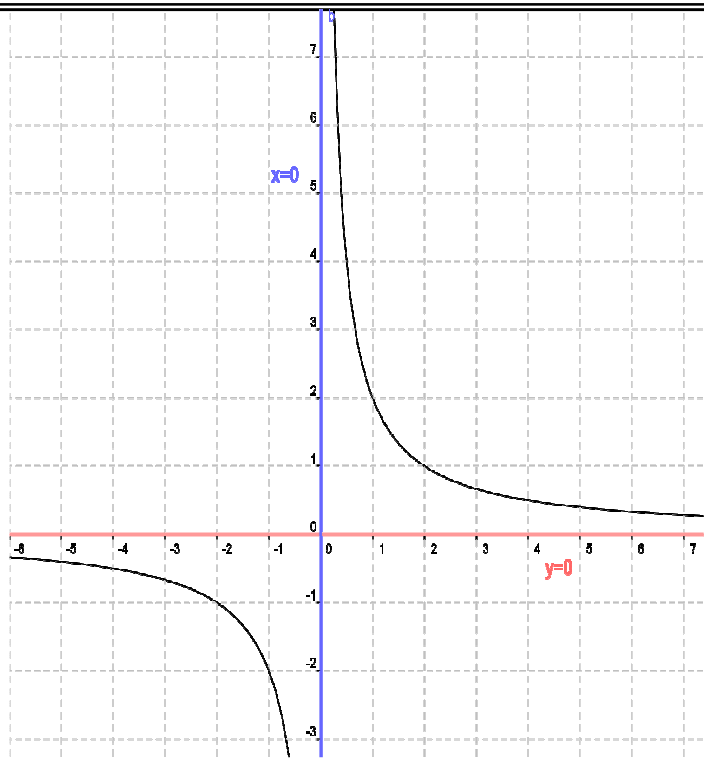
(2) أ) لكل x من \mathbb{R}^* لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R}^* .

$$f(-x) = \frac{-2}{(-x)} = -\frac{-2}{x} = -f(x) \quad \text{ب)}$$

ومنه f دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]0; +\infty[$:

ليكن $x_1 \in]0; +\infty[$ و $x_2 \in]0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$



تمرين 18: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{-3}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f .
3. أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$.
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

أجوبة:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} \quad (1)$$

ومنه: $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

(2) أ) لكل x من \mathbb{R}^* لدينا: $-x$ تنتمي إلى \mathbb{R}^* .

$$f(-x) = \frac{-3}{(-x)} = -\frac{-3}{x} = -f(x) \quad \text{ب)}$$

ومنه f دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]0; +\infty[$:

ليكن $x_1 \in]0; +\infty[$ و $x_2 \in]0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \text{ ومنه } \frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2} \text{ أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة f تزايدية على $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; 0[$

ليكن $x_1 \in]-\infty; 0[$ و $x_2 \in]-\infty; 0[$ بحيث $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \text{ ومنه } \frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2} \text{ أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty; 0[$

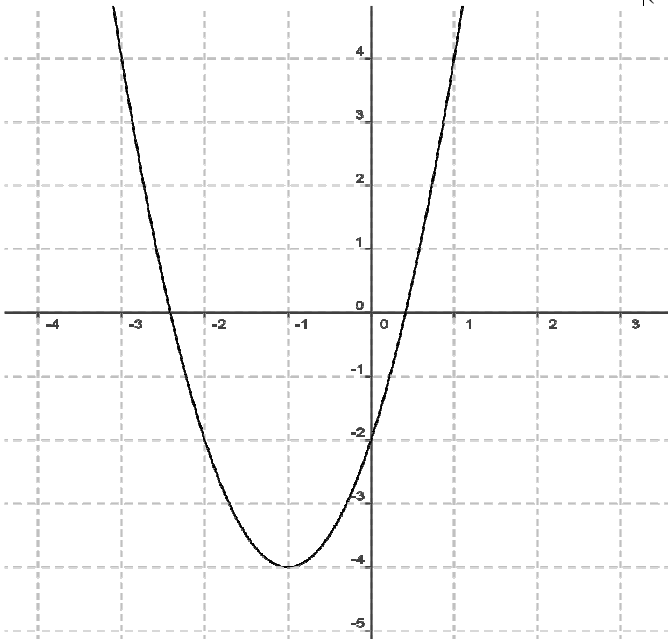
(4)

أجوبة

(1)

-4	-3	-2	-1	0	1	2	x
14	4	-2	-4	-2	4	14	$f(x)$

(2)



ملاحظة: التمثيل المبياني للدالة f يسمى شلجما رأسه $S(-1;0)$

و محوره $x = -1$: (D) .

تمرين 21: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

1. بين أن: $f(x) = (x+2)^2 - 1$

2. حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم

3. املأ الجدول التالي

4. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D) الذي

معادته $y = 3$: (D)

5. حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

أجوبة: $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

$D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 - 2^2 + 3$$

$$f(x) = (x+2)^2 - 4 + 3 = (x+2)^2 - 1$$

(2)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة: $f(x) = 0$ يعني $(x+2)^2 - 1 = 0$

يعني $(x+2)^2 = 1$ يعني $x+2 = 1$ أو $x+2 = -1$

يعني $x = -1$ أو $x = -3$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-3;0)$ و $B(-1;0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتاب

نحسب فقط: $f(0)$

اذن: $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1} < \frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty; 0[$

ليكن: $x_1 \in]-\infty; 0[$ و $x_2 \in]-\infty; 0[$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن: $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1} < \frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1) < f(x_2)$

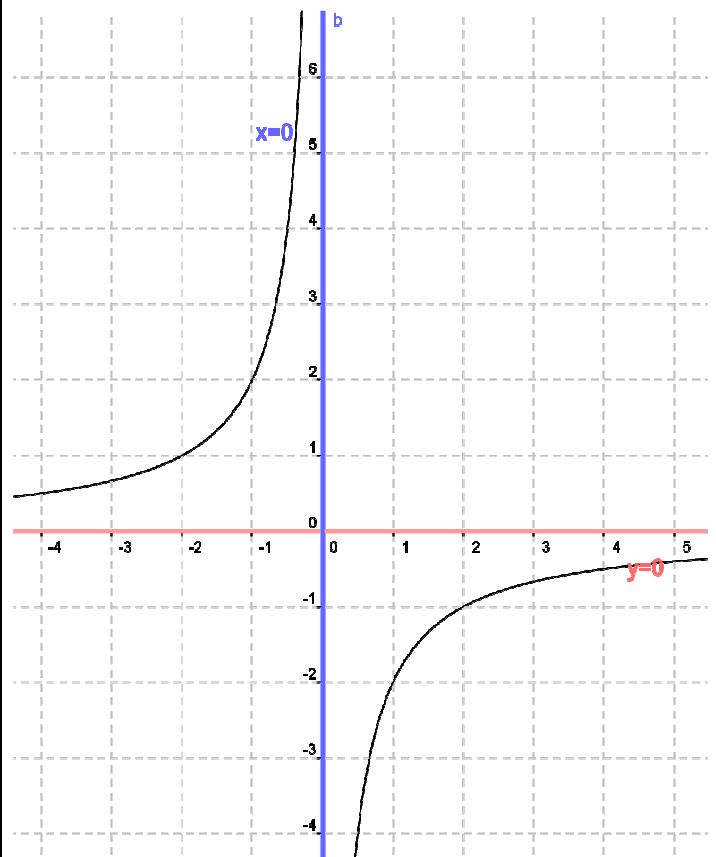
ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty; 0[$

(4)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	\nearrow	\parallel	\nearrow

(5)

-2	-1	0	1	2	x
1	2		-2	-1	$f(x)$



تمرين 20: نعتبر الدالة العددية f المعرفة

كالتالي: $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$

(1) أنقل و أتمم الجدول التالي:

-4	-3	-2	-1	0	1	2	x
							$f(x)$

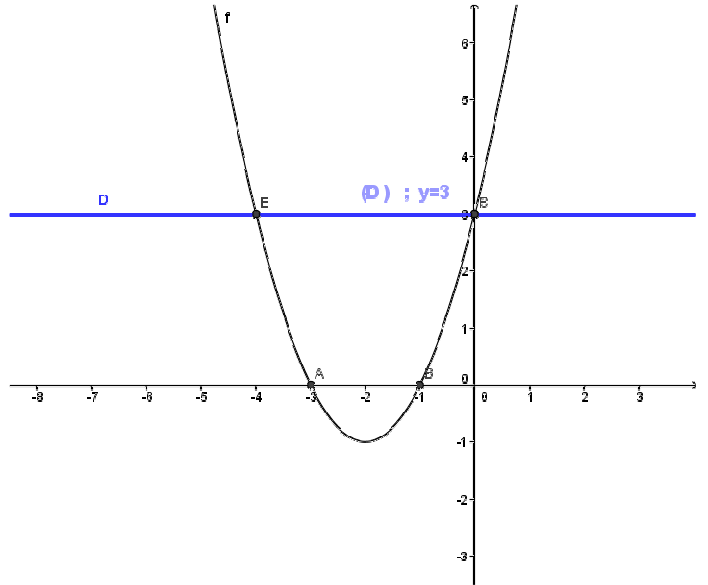
(2) أرسم التمثيل المبياني للدالة f .

$$f(0)=3$$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$
(3)

-5	-4	-3	-2	-1	0	1
8	3	0	-1	0	3	8

(4) رسم: C_f



(5) نقط تقاطع المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاسيل

نحل المعادلة: $f(x) = y$ يعني $(x+2)^2 - 1 = 3$

$$(x+2)^2 = 4$$

$$x+2 = -\sqrt{4} \text{ أو } x+2 = \sqrt{4}$$

$$x+2 = -2 \text{ أو } x+2 = 2$$

$$x = -4 \text{ أو } x = 0$$

ومنه نقط التقاطع هما: $F(-4;3)$ و $E(0;3)$