

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 2 ^{ème} STM Doc : élève
	Cours ; Exercices	

Rep Ex1 :

Mouvement de translation rectiligne uniformément varié

1- Voir figures ci-contre.

2- On peut appliquer directement le théorème du moment dynamique :

$$\vec{A}_{Balance\ 1/Homme} + \vec{B}_{Balance\ 2/Homme} + \vec{P}_{Homme} = \vec{R}_{Dynamique}$$

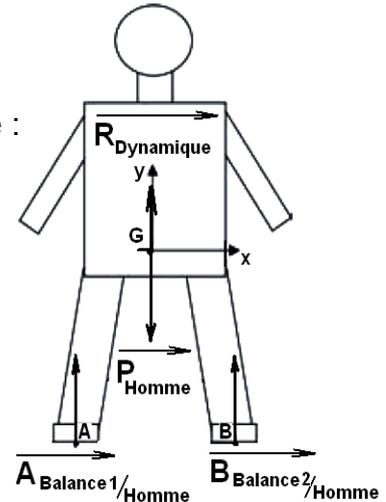
Projection sur l'axe (y) :

$$\|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| + \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| - m \cdot g = m \cdot a_{Homme/sol}$$

$$\|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| + \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| - 80 \cdot 10 = 80 \cdot 3$$

$$\|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| + \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| = 1040 \quad (1)$$

On peut appliquer directement le théorème du moment dynamique appliqué à l'homme isolé. Il faut écrire tous les moments résultants au même point. L'énoncé demande de les écrire au point G.



$$\mathcal{M}_{/G} \vec{A}_{Balance\ 1/Homme} + \mathcal{M}_{/G} \vec{B}_{Balance\ 2/Homme} + \mathcal{M}_{/G} \vec{P}_{Homme} = \mathcal{M}_{/G} m \cdot \vec{a}_{Dynamique}$$

$$\vec{GA} \wedge \vec{A}_{Balance\ 1/Homme} + \vec{GB} \wedge \vec{B}_{Balance\ 2/Homme} + \vec{GG} \wedge \vec{P}_{Homme} = \vec{GG} \wedge m \cdot \vec{a}_{Dynamique}$$

$$\begin{pmatrix} -L \\ -h \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ \|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L \\ -h \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -\|\vec{P}_{Homme}\| \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ \|\vec{R}_{Dynamique}\| \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L \cdot \|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L \cdot \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Projection sur l'axe (z) : $-L \cdot \|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| + L \cdot \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| = 0 \quad (2)$

3- De l'équation (2), on en déduit que : $\|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| = \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\|$

Et donc en remplaçant dans (1) : $2 \|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| = 1040$

Alors : $\|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| = \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| = 520\text{ N}$; Donc : $\|\vec{A}_{Balance\ 1/Homme}\| = \|\vec{B}_{Balance\ 2/Homme}\| = 52\text{ kg}$

4- L'énergie que la plate-forme donne à l'homme pour pouvoir le monter pendant 5 secondes en régime établi :

$$E = \mathcal{P} \cdot t = P_{Homme} \cdot V_{Homme/sol} \cdot t = 80 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 5 = 24000\text{ J}$$

5- Le travail que la plate-forme donne à l'homme pour pouvoir le monter sur $\ell = 30\text{ m}$

en régime établi : $W = P_{Homme} \cdot \ell = 80 \cdot 10 \cdot 30 = 24000\text{ J}$

6- Conclusion : le travail fourni par le plate-forme sur 30 m est égale à l'énergie à fournir pour déplacer l'homme en 5 secondes.

7- L'énergie cinétique emmagasinée par l'homme seul lorsque la plate-forme est

en régime établi : $E_c = \frac{1}{2} m \cdot V_{Homme/sol}^2 = 0,5 \cdot 80 \cdot 6^2 = 1440\text{ J}$

FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI  2 ^{ème} STM Doc : élève
	Cours ; Exercices	

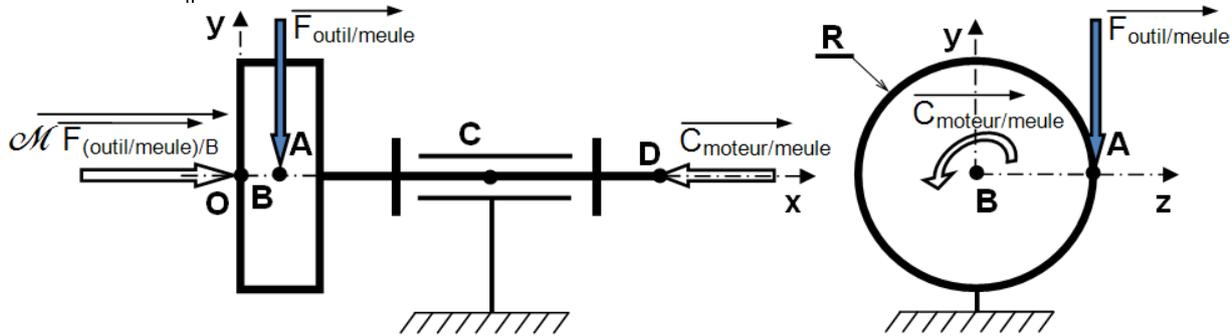
Rep Ex2 :

Mouvement de rotation uniformément varié

1- Voir figure ci-dessous.

Le moment résultant de l'action de l'outil sur la meule :

$$\left\| \overrightarrow{\mathcal{M} F_{(outil/meule)} / B} \right\| = R \cdot \left\| \overrightarrow{F_{outil/meule}} \right\| = 0,4 \cdot 50 = 20 \text{ Nm} \text{ (positif autour de l'axe (x)) ;}$$



2- En phase de démarrage, la meule est soumise à trois moments sur l'axe (x) :

- le couple du moteur sur la meule : $\overrightarrow{C_{moteur/meule}}$;
- le moment résultant de l'action de l'outil sur la meule :

$$\left\| \overrightarrow{\mathcal{M} F_{(outil/meule)} / B} \right\| = R \cdot \left\| \overrightarrow{F_{outil/meule}} \right\| = 0,4 \cdot 50 = 20 \text{ Nm} \text{ (positif autour de l'axe (x)) ;}$$

- le moment dynamique : $\mathcal{M}_{dynamique} = J \cdot \ddot{\theta}_{meule/bâti} = J \cdot \dot{\omega}_{meule/bâti}$ et avec :

$$J = \frac{1}{2} m \cdot R^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot v \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot 7800 \cdot \pi \cdot 0,15 \cdot 0,4^2 \cdot 0,4^2 = 47,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$\mathcal{M}_{dynamique} = J \cdot \ddot{\theta}_{meule/bâti} = 47,02 \cdot 13 = 611,26 \text{ Nm}$ est dirigé dans le sens du couple moteur, c'est-à-dire sur l'axe (-x). Donc : $\mathcal{M}_{dynamique} = -611,26 \text{ Nm}$ sur l'axe (x).

3- On applique le principe fondamental de la dynamique (théorème du moment dynamique)

$$\overrightarrow{C_{moteur/meule}} + \overrightarrow{\mathcal{M} F_{(outil/meule)} / B} = \overrightarrow{\mathcal{M}_{dynamique}}$$

en projection sur l'axe (x) et en un point quelconque puisque nous prenons en compte

uniquement des moments : $\left\| \overrightarrow{C_{moteur/meule}} \right\| + 20 = -611,26$

4- $\left\| \overrightarrow{C_{moteur/meule}} \right\| = -631,26 \text{ Nm}$ sur l'axe (x).

5- L'arbre devra résister à une torsion sous un couple de 631,26 Nm. Il devra être capable de transmettre $\approx 632 \text{ Nm}$ à la meule pour pouvoir l'entraîner.

6- L'énergie que le moteur absorbe pendant 5 secondes en régime établi :

$$E = \mathcal{P} \cdot t = \left\| \overrightarrow{C_{moteur/meule}} \right\| \cdot \omega_{meule/bâti} \cdot t = 20 \cdot 56 \cdot 5 = 5600 \text{ J}$$

7- Le travail que l'homme fournit pour affûter son outil sur 100 tours de meule :

$$W = \left\| \overrightarrow{C_{moteur/meule}} \right\| \cdot \theta_{meule/bâti} = 20 \cdot 2\pi \cdot 100 = 12560 \text{ J}$$

8- L'énergie cinétique emmagasinée par la meule isolée lorsqu'elle tourne à vitesse constante :

$$E_c = \frac{1}{2} J \cdot \omega_{meule/bâti}^2 = 0,5 \cdot 47 \cdot 56^2 = 73696 \text{ J}$$

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 
	Cours ; Exercices	2^{ème} STM Doc : élève

Rep Ex3 :

$$\sum \vec{F}_{ext} = 3 \cdot 2300 \cdot 10^3 = m \cdot a_G = 100 \cdot 10^3 \cdot a_G \quad \text{donc : } a_G = \frac{3 \cdot 2300 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} = 69 \text{ m/s}^2 > 6,7 \cdot g$$

L'accélération supportée est 7 fois supérieure à l'accélération de la pesanteur g.

Rep Ex4 :

Isoler (S) = {cabine + charge} ; (S) est en équilibre relatif sous :

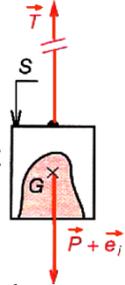
Les charges : $\vec{T} = T \cdot \vec{z}$; $\vec{P} = P \cdot \vec{z}$

L'effet d'inertie: $\vec{e}_i = -m \cdot g \cdot \vec{z}$; Les efforts dus à la pression atmosphérique, se compensent

Par conséquent : $T - m \cdot g - m \cdot a_G = 0$ D'où $T = m \cdot (g + a_G)$

Application numérique : si $a_G = 0$: $T = 5000\text{N}$

si $a_G = 2 \text{ m/s}^2$: $T = 6000 \text{ N}$



Rep Ex5 :

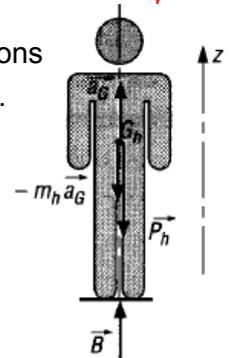
a- Isolons l'ensemble cabine + homme + balance : Afin de simplifier l'étude, supposons que le centre de gravité G de l'ensemble est situé sur la verticale commune à \vec{T} et \vec{P} . L'action des rails, perpendiculaires aux autres forces, n'est pas prise en compte.

Le principe de d'Alembert s'écrit $\vec{T} + \vec{P} - m \cdot \vec{a}_G = \vec{0}$.

En projection sur la verticale z : $-P + T - m \cdot a_G = 0$;

$-(720 + 80) \cdot 9,81 + 9\,000 - (720 + 80) \cdot a_G = 0$

d'où $a_G = 1,44 \text{ m/s}^2$.



b- Isolons l'homme seul : L'homme est soumis à 3 actions : son poids \vec{P}_h ,

l'action exercée par la balance \vec{B} et la force d'inertie $(-m_h \cdot \vec{a}_G)$. d'où : $\vec{P}_h + \vec{B} + (-m_h \cdot \vec{a}_G) = \vec{0}$

en projection sur z, on obtient : $-P_h + B - m_h \cdot a_G = 0$; $B = P_h + m_h \cdot a_G = m_h \cdot (g + a_G) = 80 \cdot (9,81 + 1,44) = 900 \text{ N}$

Masse fictive mesurée par la balance : $m'_h = 900 / 9,81 = 91,74 \text{ kg}$

Remarque : pour le mouvement inverse ($a_G = -1,44 \text{ m/s}^2$),

avec freinage, la masse fictive de l'individu serait : $80 - 11,74 = 68,26 \text{ kg}$.

Rep EX6 :

1- La contrainte maximale dans le câble se situe à sa partie supérieure lorsqu'il est complètement déroulé.

◆ Masse du câble déroulé : $m_2 = \rho_v \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot L = 7200 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} \cdot 30 = 16,956 \text{ kg}$

◆ Masse totale soutenue : $m_T = m_1 + m_2 = 1516,956 \text{ kg}$

◆ Calculer le coefficient de sécurité à l'arrêt :

Il s'agit d'un calcul de résistance des matériaux pour un câble soumis à la traction simple :

$$\frac{F}{S} \leq \frac{Re}{s} \Rightarrow s \leq \frac{Re \cdot S}{F} = \frac{Re \cdot S}{(m_1 + m_2)g} = \frac{1200 \cdot \pi \cdot 5^2}{1516,956 \cdot 10} = 6,2$$

2- Calculer l'accélération entraînant le dépassement de la limite élastique du câble :

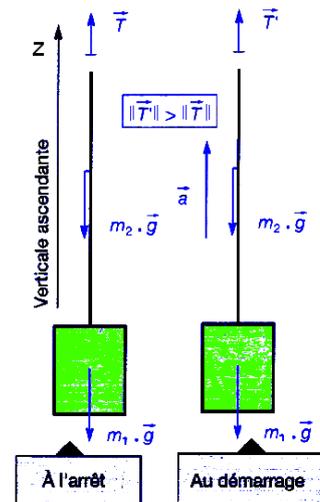
Il faut isoler {câble déroulé + monte-charge} (voir ci-contre),

$$\sum \text{proj}_{/z} \|\vec{F}_{ext}\| = (m_1 + m_2) a \quad \text{Soit : } T - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2) a$$

Alors : $T = (m_1 + m_2)(a + g)$ il faut que : $\frac{T}{S} \leq Re$ soit $T_{max} = S \cdot Re$

Donc : $S \cdot Re = (m_1 + m_2)(a_{max} + g)$

D'où : $a_{max} = \frac{S \cdot Re}{(m_1 + m_2)} - g = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 1200}{1516,956} - 10 = 52,098 \text{ m/s}^2$



FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 2 ^{ème} STM Doc : élève
Cours ; Exercices		

Rep Ex7-

1- Isoler et choisir un repère : On isole le cylindre et l'on choisit \mathcal{R}_g lié au sol.

Modéliser les actions mécaniques :

o Poids représenté par $(G, M\vec{g})$.

o Appui-plan représenté par R , dans le plan

$(O, \vec{x}_g, \vec{y}_g)$ de symétrie

incliné de α de façon à s'opposer au mouvement éventuel. à la limite de glissement $\alpha = \varphi$ (angle de frottement tel que $f = \tan \varphi$)

Principe fondamental

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}$$

Méthode de d'Alembert

$$\sum \vec{F}_{ext} + \vec{e}_i = \vec{0}$$

En projection sur \vec{x}_g et \vec{y}_g

$$R \sin \alpha = M \ddot{x} \quad (1)$$

$$R \sin \alpha - M \ddot{x} = 0 \quad (1)$$

$$R \cos \alpha - Mg = 0 \quad (2)$$

$$R \cos \alpha - Mg = 0 \quad (2)$$

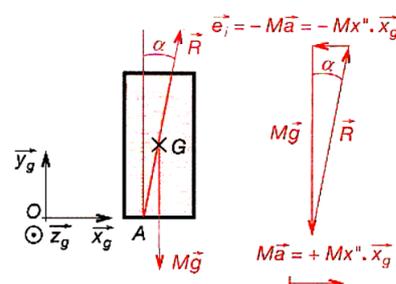
2- On déduit de (1) et (2) que $\tan \alpha = \frac{\ddot{x}}{g}$

♦ d'où la condition de non glissement : $\frac{\ddot{x}}{g} \leq \tan \varphi$ soit $\ddot{x} \leq f \cdot g = 5 \text{ m/s}^2$

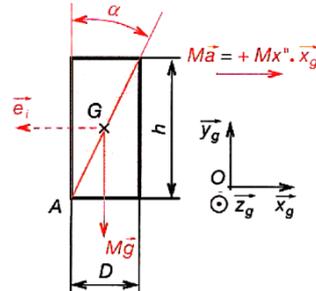
♦ d'où la condition de non basculement (autour de A) si :

$$\frac{\ddot{x}}{g} \leq \frac{D}{h} \text{ soit } \ddot{x} \leq g \cdot \frac{D}{h} = 3,57 \text{ m/s}^2$$

Condition de non glissement



Condition de non basculement



Rep Ex8-

A/ 1- ♦ Système étudié : le corps S_1

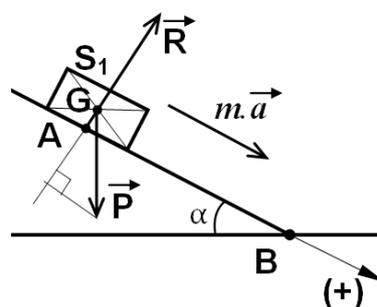
♦ Bilan des efforts : \vec{R} ; \vec{P}

♦ Théorème utilisé : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

Application du théorème : $\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

En projetant sur le plan incliné il vient : $m \cdot g \cdot \sin \alpha + 0 = m \cdot a$

Donc : $a = g \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2$



2- Origine des espaces : A

Origine des temps : départ de S_1 ($V_0 = 0$ à $t = 0$)

L'équation du mouvement est : $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + V_0 \cdot t + x_0$; $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$; $V = 5 \cdot t$; $V^2 = 10 \cdot x$

3- La distance AB est donnée par la troisième équation : $x = \frac{V^2}{10} = \frac{3^2}{10} = 0,9 \text{ m}$

4- Le temps mis par S_1 pour parcourir AB est : $t = \frac{V}{5} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ s}$

B/ 1- La relation fondamentale de la dynamique appliquée à S_2 sur lequel ne s'exerce qu'une seule force, son poids, permet d'écrire : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$ la projection de cette relation donne :

♦ **Sur Ox** : $0 = m \cdot a_x$ donc $a_x = 0$; le mouvement est rectiligne est uniforme d'équation :

$$x = V_{0x} \cdot t + x_0 \text{ or } V_{0x} = V_c = 2,24 \text{ m/s et } x_0 = 0 ; \text{ alors : } x = 2,24 \cdot t$$

♦ **Sur Oy** : $m \cdot g = m \cdot a_y$ donc $a_y = g$; le mouvement est uniformément accéléré d'équation :

$$y = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 + V_{0y} \cdot t + y_0 \text{ or } V_{0y} = 0 \text{ et } y_0 = 0 ; \text{ alors : } y = 5 \cdot t^2$$

2- Le temps de chute : $y = h = 20 \text{ m}$; $t = \sqrt{\frac{y}{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2 \text{ s}$

3- Distance OD : $t = 2 \text{ s}$ donc $x = 2,24 \cdot t = 2,24 \cdot 2 = 4,48 \text{ m}$

FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 2 ^{ème} STM Doc : élève
Cours ; Exercices		

Rep Ex9:

a- Bilan des actions mécaniques extérieures :

- En A il y a roulement type BC ce qui donne une liaison rotule, d'où le torseur statique en A est de la forme suivant :

$$\{\tau_{1/S}\}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- En B il y a roulement type RU ce qui donne une liaison linéaire annulaire, d'où le torseur statique en B est de la forme suivant :

$$\{\tau_{2/S}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- L'action de pesanteur est modélisable en G par :

$$\{\tau_{T/S}\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -200 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

b- L'expression de ces torseurs en A : (c.à.d, appliquer la relation de transport en A)

$$\overline{\mathfrak{M}(2/S)}_{/A} = \vec{0} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{F_{2/S}} = \begin{pmatrix} 0,32 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,32 \cdot Z_B \\ 0,32 \cdot Y_B \end{pmatrix}; \text{ donc } \{\tau_{2/S}\}_{B \rightarrow A} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & -0,32 \cdot Z_B \\ Z_B & 0,32 \cdot Y_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\overline{\mathfrak{M}(T/S)}_{/A} = \vec{0} + \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{F_{T/S}} = \begin{pmatrix} 0,15 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -200 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -30 \end{pmatrix}; \text{ donc } \{\tau_{T/S}\}_{G \rightarrow A} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -200 & 0 \\ 0 & -30 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\overline{\mathfrak{M}(3/S)}_{/A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{F_{3/S}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,40 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 40 \end{pmatrix}; \text{ donc } \{\tau_{3/S}\}_{C \rightarrow A} = \begin{Bmatrix} 0 & 2 \\ 100 & 0 \\ 0 & 40 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

c- Appliquer PFD à S : $\{\tau_{1/S}\}_A + \{\tau_{2/S}\}_{B \rightarrow A} + \{\tau_{T/S}\}_{G \rightarrow A} + \{\tau_{3/S}\}_{C \rightarrow A} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ J_x \cdot \vec{\theta}'' \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

$$\begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & -0,32 \cdot Z_B \\ Z_B & 0,32 \cdot Y_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -200 & 0 \\ 0 & -30 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} + \begin{Bmatrix} 0 & 2 \\ 100 & 0 \\ 0 & 40 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & J_x \cdot \theta'' \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$X_A = 0; Y_A = 131,25; Z_A = 0 \text{ et } X_B = 0; Y_B = -31,25 \text{ N}; Z_B = 0$$

d- L'accélération angulaire θ'' du mouvement de S et la nature de ce mouvement :

$$\theta'' = \frac{2}{J_x} = \frac{2}{8 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ rad} / \text{s}^2; \text{ Mouvement de rotation uniformément accéléré.}$$

e- Le temps nécessaire pour atteindre 1500 tr/mn : $\dot{\theta} = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_i$ Alors : $t = \frac{2\pi N}{60 \cdot \ddot{\theta}} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60 \cdot 250} = 0,628 \text{ s}$

Rep Ex10 :

Isoler l'ensemble tournant (figure ci-dessous) et écrire le principe

fondamental en projection sur l'axe de rotation : $C_m - C_r = J_{Gz} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{C_m - C_r}{J_{Gz}}$

1- Frottement négligé : $\omega' = \frac{C_m - C_r}{0,5 \cdot m \cdot R^2} = \frac{5 - 0}{0,5 \cdot 50 \cdot 0,15^2} = 8,88 \text{ rad} / \text{s}$

et $\omega = t\omega'$ alors : $t = \frac{\omega}{\omega'} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60 \cdot 8,88} = 17,68 \text{ s}$

2- Cas du frottement : $\omega' = \frac{C_m - C_r}{0,5 \cdot m \cdot R^2} = \frac{5 - 0,2}{0,5 \cdot 50 \cdot 0,15^2} = 8,53 \text{ rad} / \text{s}$ et $\omega = t\omega'$

alors : $t = \frac{\omega}{\omega'} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60 \cdot 8,53} = 18,40 \text{ s}$

FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

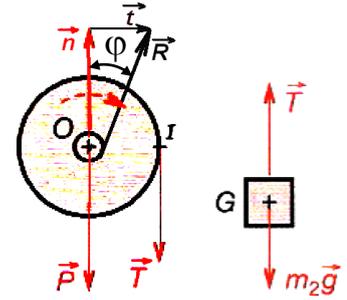
	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 2 ^{ème} STM Doc : élève
	Cours ; Exercices	

Rep Ex11 :

◆ Isolement du tambour : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$
 Proj/oy : $m_1 \cdot g - n + T = 0$

$\sum M_{Gz}(\vec{F}_{ext}) = T \cdot R - n \cdot f \cdot r = J_{Gz} \cdot \omega'$

◆ Isolement de la charge : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{T} + m_2 \cdot \vec{g} = m_2 \cdot \vec{a}$
 $-T + m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$



◆ Aspect cinématique : L'accélération de la charge est égale à l'accélération tangentielle du tambour

$a = a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\omega \cdot R)}{dt} = \omega' \cdot R$

◆ Il faut donc résoudre : $m_1 \cdot g - n + T = 0 \Rightarrow n = T + m_1 \cdot g$
 $m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot R \cdot \omega' \Rightarrow T = m_2 \cdot (g - \omega' \cdot R)$

$T \cdot R - n \cdot f \cdot r = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot R^2 \cdot \omega' \Rightarrow m_2 \cdot (g - \omega' \cdot R) \cdot R - [m_2 \cdot (g - \omega' \cdot R) + m_1 \cdot g] \cdot f \cdot r = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot R^2 \cdot \omega'$

Donc : $\omega' = \frac{g[m_2 \cdot R - (m_1 + m_2) \cdot f \cdot r]}{R[0,5 \cdot m_1 \cdot R + m_2(R - f \cdot r)]}$

Alors : $a = \frac{g[m_2 \cdot R - (m_1 + m_2) \cdot f \cdot r]}{0,5 \cdot m_1 \cdot R + m_2(R - f \cdot r)} = \frac{10[30 \cdot 0,2 - (60 + 30) \cdot 0,2 \cdot 0,01]}{0,5 \cdot 60 \cdot 0,2 + 30(0,2 - 0,2 \cdot 0,01)} = 4,85 \text{ m/s}^2$

Mouvement de rectiligne uniformément accéléré : $V = a \cdot t$ et $h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ d'où $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{4,85}} = 2,03$

Rep Ex12 :

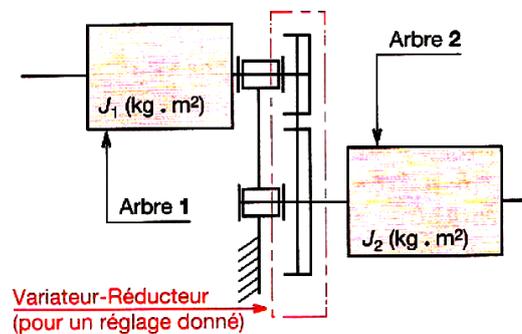
1- Isolons l'arbre 1 : $C_{m1} - F \cdot r_1 = J_1 \theta_1''$

Isolons l'arbre 2 : $F \cdot r_2 - C_{r2} = J_2 \cdot \theta_2'' \Rightarrow F = \frac{J_2 \cdot \theta_2'' + C_{r2}}{r_2}$

Relation cinématique : $\frac{\theta_2''}{\theta_1''} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \theta_2'' = \theta_1'' \cdot \frac{r_1}{r_2}$

Alors : $\left[J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] \cdot \theta_1'' = C_{m1} - C_{r2} \cdot \frac{r_1}{r_2}$

Donc : $\theta_1'' = \frac{C_{m1} - C_{r2} \cdot \frac{r_1}{r_2}}{J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2} = \frac{12 - 20 \cdot \frac{15}{60}}{0,2 + 3 \left(\frac{15}{60} \right)^2} = 18,06 \text{ rad/s}^2$



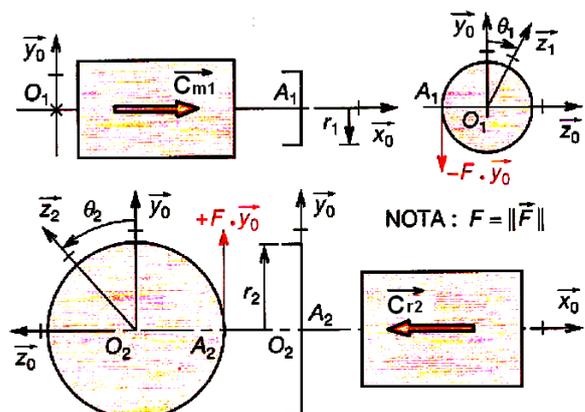
2- Duré du démarrage (aspect cinétique) :

$\theta_1' = \theta_1'' \cdot t \Rightarrow t = \frac{\theta_1'}{\theta_1''} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60 \cdot 18,06} = 8,69 \text{ s}$

3- Duré de l'arrêt :

$\theta_1'' = \frac{-C_{r2} \cdot \frac{r_1}{r_2}}{J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2} = \frac{-20 \cdot \frac{15}{60}}{0,2 + 3 \left(\frac{15}{60} \right)^2} = -12,903 \text{ rad/s}^2$

$t = \frac{\theta_1'}{\theta_1''} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60 \cdot 12,903} = 12,16 \text{ s}$



FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 2 ^{ème} STM Doc : élève
Cours ; Exercices		

Rep Ex13 :

a- L'accélération du mouvement si celle-ci est constante :

$$V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0) \text{ avec : } V_0 = x_0 = 0; V = 20 \text{ m/s}; x = 100 \text{ m}; \text{ donc : } a = \frac{V^2}{2x} = \frac{20^2}{2 \cdot 100} = 2 \text{ m/s}^2$$

b- Les actions exercées en A et B :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

En projection sur l'axe (x) : $A_x + 0 + 0 = m \cdot a$

$$\text{Donc : } A_x = \frac{3000}{10} \cdot 2 = 600 \text{ N}$$

En projection sur l'axe (y) : $A_y + B_y - P = 0$

$$A_y + B_y = 3000 \text{ N}$$

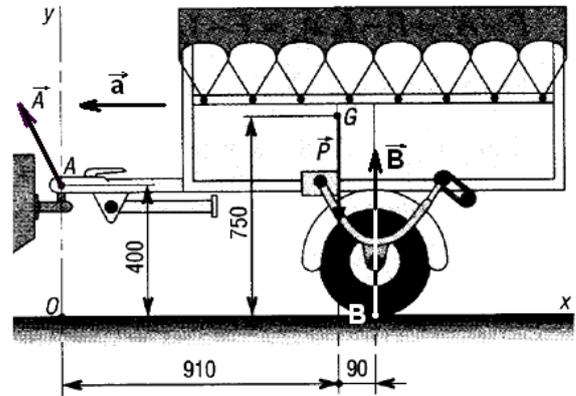
$$\sum \mathcal{M}_{I_0} \vec{F}_{ext} = \mathcal{M}_{I_0} \vec{A} + \mathcal{M}_{I_0} \vec{B} + \mathcal{M}_{I_0} \vec{P} = \vec{0}$$

$$= \vec{OA} \wedge \vec{A} + \vec{OB} \wedge \vec{B} + \vec{OG} \wedge \vec{P} = \vec{0}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 600 \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,91 \\ 0,75 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -3000 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,4 \cdot A_z \\ 0 \\ -0,4 \cdot 600 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,91 \cdot 3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc : $B_y = 2970 \text{ N}$ et $A_y = 30 \text{ N}$, $A_z = 0$



Rep Ex 15

1- Le mouvement de la charge étant rectiligne et uniformément décéléré on peut, sur la figure ci-contre, représenter les vecteurs vitesse \vec{v}_G et accélération $\vec{\Gamma}_G$ du point G.

On choisit (O, \vec{x}) orienté dans le sens du mouvement. L'origine O correspond à la position du point G au début du freinage. On note : $\vec{OG} = x \cdot \vec{x}$.

On choisit l'origine des temps $t = 0$ au début du freinage.

Les équations du mouvement du point G s'écrivent : $x = \frac{1}{2} \gamma_t \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$ (1); $v = \gamma_t \cdot t + v_0$ (2)

Au début du freinage à $t = 0$: $x = 0$ donc $v = 0,2 \text{ m/s}$

La relation (1) permet de déterminer : $x_0 = 0$ et La relation (2) permet de déterminer : $v_0 = 0,2$

à la fin du freinage à $t = 0,1$: $v = 0$

La relation (2) permet de déterminer alors : $\gamma_t = -2 \text{ m/s}^2$ d'où : $\vec{\Gamma}_G = -2\vec{x}$;

la relation (1) s'écrit alors : $x = -t^2 + 0,2t$

La distance de freinage correspond à la valeur de x pour $t = 0,1$ soit $x = 0,01 \text{ m}$

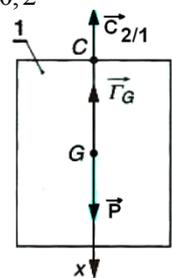
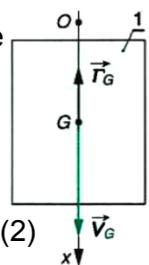
2- Les actions mécaniques extérieures appliquées à la charge 1 sont :

- l'action de la pesanteur : $\vec{P} = M \cdot \vec{g}$ d'où $P = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$

- l'action du câble 2 sur 1. Cette action est modélisable en C par un glisseur : $\vec{C}_{2/1} = -\|\vec{C}_{2/1}\| \vec{x}$

l'application du principe fondamental de la dynamique au point G permet d'écrire : $\vec{P} + \vec{C}_{2/1} = M \cdot \vec{\Gamma}_G$

En projection sur (G, \vec{x}) on obtient : $2 \cdot 10^4 - \|\vec{C}_{2/1}\| = 2000 \cdot (-2)$ $\|\vec{C}_{2/1}\| = 24000 \text{ N}$ d'où $\vec{C}_{2/1} = -24000 \cdot \vec{x}$



FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI 
	Cours ; Exercices	2^{ème} STM Doc : élève

3- Pour un déplacement élémentaire, le travail élémentaire des actions mécaniques extérieures appliquées à la charge s'écrit : $dW = \overline{C}_{2/1} \cdot d\vec{x} + \overline{P} \cdot d\vec{x} = -\|\overline{C}_{2/1}\| \cdot dx + \|\overline{P}\| \cdot dx$

AN : $dW = (-24000 + 20000) \cdot dx = -4000 \cdot dx$

pour un déplacement $x = 0,01$ m ; on obtient : $W = -4000 \cdot 0,01 = -40$ J

4- La charge est animée d'un mouvement de translation, On peut donc écrire que :

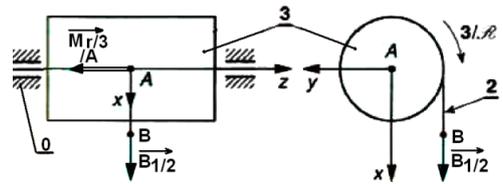
$$E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2} M (V_2^2 - V_1^2) = \frac{2000(0 - 0,2^2)}{2} = -40$$
 J.

En appliquant le théorème sur la variation d'énergie cinétique d'un solide on obtient : $W_{12} = E_{c2} - E_{c1} = -40$ J

5- Les actions mécaniques extérieures appliquées à S sont :

- l'action de 1 sur 2 modélisable en B par le torseur glisseur :

$$\{\tau_{1/2}\}_B = \begin{Bmatrix} \overline{B}_{1/2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 24 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$



- l'action de liaison pivot sans frottement entre le bâti 0 et le tambour 3.

Cette action est modélisable en A par le torseur : $\{\tau_{0/3}\}_A = \begin{Bmatrix} \overline{A}_{0/3} \\ \overline{M}_{0/3/A} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{0/3} & L_{0/3} \\ Y_{0/3} & M_{0/3} \\ Z_{0/3} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

- l'action du réducteur sur 3 modélisable en A le torseur couple : $\{\tau_{r/3}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overline{M}_{r/3/A} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_{r/3} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

L'inertie de S étant négligée. le principe fondamental de la dynamique appliqué en A permet d'écrire que :

$$\overline{M}_{S/S/A} = \overline{M}_{1/2/A} + \overline{M}_{0/3/A} + \overline{M}_{r/3/A} = \vec{0} \text{ avec } \overline{M}_{1/2/A} = \overline{M}_{1/2/B} + \overline{AB} \wedge \overline{B}_{1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 24 \cdot 10^3 \cdot r \end{pmatrix}$$

proj/z : $24 \cdot 10^3 \cdot r + 0 + N_{r/3} = 0$; alors : $N_{r/3} = -24 \cdot 10^3 \cdot 0,1 = -2400$ Nm ; donc : $\{\tau_{r/3}\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -2400 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

6- Si x est le déplacement vertical de la charge lors du freinage et θ_3 l'angle de rotation du tambour 3

du treuil, on peut écrire que : $x = \theta_3 \cdot \frac{d}{2}$ d'où : $\theta_3 = \frac{2x}{d} = \frac{2 \cdot 0,01}{0,2} = 0,1$ rad

Si θ_1 est l'angle de rotation des disques 1 pendant le freinage et si k est le rapport de réduction

du réducteur, on peut écrire que : $\theta_3 = k\theta_1$ d'où : $\theta_1 = \frac{\theta_3}{k} = \frac{0,1}{0,1} = 1$ rad

7- Le rendement du réducteur a pour expression : $\eta = \frac{\text{énergie fournie à l'arbre 23}}{\text{énergie reçue du tambour 3}}$ (1)

L'énergie fournie à l'arbre 23 a pour expression $W_{23} = M_{23} \cdot \theta_{23}$

L'énergie reçue du tambour 3 a pour expression $W_3 = N_{3/r} \cdot \theta_3$

La relation (1) s'écrit alors : $\eta = \frac{M_{23} \cdot \theta_{23}}{N_{3/r} \cdot \theta_3}$ d'où $M_{23} = \frac{\eta \cdot N_{3/r} \cdot \theta_3}{\theta_{23}}$ (2)

L'arbre 23 et les disques 1 sont liés en rotation, donc : $\theta_{23} = \theta_1 = 1$ rad (question 6)

La relation (2) permet d'écrire $M_{23} = \frac{0,8 \cdot 2400 \cdot 0,1}{1} = 192$ N.m

Le PFD appliqué à l'ensemble en rotation S lié à l'arbre 23 et aux disques 1 au point D par rapport à l'axe z, permet d'écrire $\overline{M}_{S/S/D} = I_{(D,z)} \cdot \theta_1'$; Par hypothèse on néglige l'inertie des masses tournantes,

d'où : $\overline{M}_{S/S/D} = 0$. Soit M_f le moment de freinage appliqué sur les disques 1. On néglige le frottement

dans les paliers de guidage de l'ensemble S, il s'ensuit que : $\overline{M}_{S/S/D} = M_{23} + M_f = 0$; D'où $M_f = -M_{23} = -192$ N.m

8- En admettant que M_f est constant pendant le freinage l'énergie dissipée dans le frein a pour expression :

$$W_f = M_f \cdot \theta_1 = -192 \cdot 1 = -192$$
 J

FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE : Aspect Physique

	FONCTION TRANSMETTRE L'ÉNERGIE <i>Aspect Physique</i>	@.EZZ@HR@OUI  2 ^{ème} STM Doc : élève
	Cours ; Exercices	

Rep : Ex16

1- $m \frac{d\vec{V}_C}{dt} = m \cdot \vec{g} + \vec{T} = (T - m \cdot g) \vec{y}$ et le mouvement de C est vertical

(C est initialement immobile et cette portion de fil verticale) $m \frac{dV_C}{dt} = T - m \cdot g$ (1)

2- Pour le cylindre, C est son centre de masse : $\vec{\delta}_{Cyl,C} = \frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{x} = \overline{CC} \wedge m \cdot \vec{g} + \overline{CA} \wedge T \cdot \vec{y} = -a \cdot T \cdot \vec{x}$

$$\frac{1}{2} m \cdot a \cdot \ddot{\theta} = -T \quad (2)$$

3- Il y a roulement sans glissement en A : $\overline{V_{A,fil}} = V_A \cdot \vec{y} = \overline{V_{A,Cyl}} = \vec{V}_C + \overline{AC} \wedge \dot{\theta} \cdot \vec{x} = (V_C - a \cdot \dot{\theta}) \vec{y}$

$$V_A = V_C - a \cdot \dot{\theta} \quad (3) \text{ Le fil est inextensible, le cube en translation : si } \vec{V}_G = \vec{V}_B = V_f \cdot \vec{x}$$

alors $V_f = -V_A$ soit $V_A = -V_f = V_C - a \cdot \dot{\theta}$

4- Le fil est sans masse, la tension dans le fil est uniforme. Soit $M \frac{dV_f}{dt} = T - Mg \sin \alpha$ (4)

$$5- M \frac{dV_f}{dt} = T - Mg \sin \alpha = -M \frac{dV_C}{dt} + Ma \ddot{\theta} = -\frac{M}{m} (3T - mg)$$

$$T = \frac{Mm}{3M+m} g(1 + \sin \alpha) \text{ soit } \frac{dV_f}{dt} = \frac{m - 3M \sin \alpha}{3M+m} g \text{ et } \frac{dV_C}{dt} = \frac{M \sin \alpha - 2M - m}{3M+m} g$$

L'accélération de C est toujours négative : le mouvement du cylindre est toujours descendant. Si $m > 3M \cdot \sin \alpha$, le cube remonte, il descend si $m < 3M \cdot \sin \alpha$ et immobile si $m = 3M \cdot \sin \alpha$.

Rep Ex17

1- $\vec{\delta}_{C_k} = \vec{0} = \overline{C_k C_k} \wedge \overline{A_{C_k}} + \overline{C_k I_k} \wedge \overline{R_k} = RT_k \vec{z}$ donc $T_k = 0$

$$2- M \frac{d\vec{V}_A}{dt} + m \frac{d\vec{V}_B}{dt} = (M+m) \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \left[-(M+m) + \sum_{k=1}^4 N_k \right] \vec{y} \text{ alors } \frac{dV_{Gx}}{dt}$$

Le camion étant initialement immobile, le basculement de la benne ne provoque pas de mouvement du centre de masse G du camion suivant la direction horizontale.

3- $M \frac{d\vec{V}_{Ax}}{dt} + m \frac{d\vec{V}_{Bx}}{dt} = 0$ d'où $MV_{Ax} + mV_{Bx} = Cte = 0$ alors $Md + md_{Bx} = Cte = 0$

$$d_{Bx} = \alpha(\cos \alpha_0 - \cos \alpha) \text{ donc : } d = -\frac{m}{M} \alpha(\cos \alpha_0 - \cos \alpha)$$

Remarque :

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!