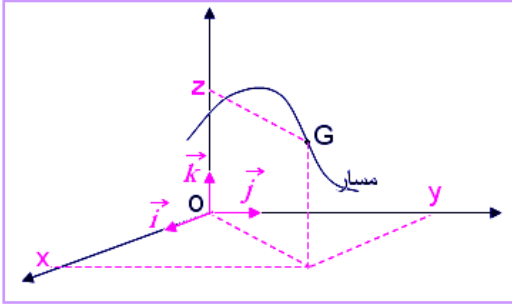


الميكانيك – قوانين نيوتن

I. حركية مركز القصور لجسم صلب

• معلمة الموضع

▪ استعمال أساس ديكارتي



في معلم الفضاء $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ يحدد موضع G مركز القصور لجسم صلب في حركة في كل لحظة بالمتجهة:

$$\overline{OG} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

و تسمى متجهة الموضع.

و $x=f(t)$ و $y=g(t)$ و $z=h(t)$ تسمى المعادلات الزمنية المميزة للحركة، أو المعادلات البارامترية للمسار .

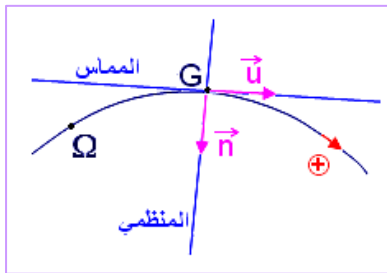
👉 في حالة حركة مستوية يكتفى بمعادلتين زمنيتين و في هذه الحالة تحدد معادلة المسار بإقصاء الزمن بينهما، و في حالة حركة مستقيمة توصف طبيعة الحركة بمعادلة زمنية واحدة.

▪ استعمال أساس فرييني

معلم أو أساس فرييني هو الأساس (G, \vec{u}, \vec{n}) بحيث:

- أصله مرتبط بالنقطة المتحركة G ،
- \vec{u} متجهة واحدة حاملها المماس للمسار و موجهة في منحنى موجب اعتباطي،
- \vec{n} متجهة واحدة حاملها المنظمي و موجهة نحو تقعر المسار.

تعريف



في حركة مستوية يمكن معلمة موضع النقطة المتحركة

$$s = \overline{\Omega G} \quad (m)$$

بأصولها المنحني: $s=f(t)$ المعادلة الزمنية للحركة.

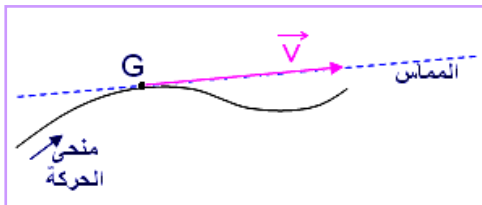
• متجهة السرعة

$$\vec{V}_G = \frac{d\overline{OG}}{dt}$$

تعريف تساوي متجهة السرعة اللحظية المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع:

تعريف

مميزات متجهة السرعة اللحظية للنقطة G في لحظة t هي:



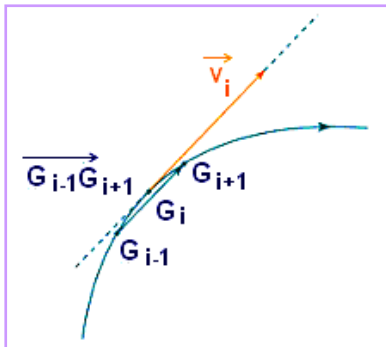
- أصلها G،
- اتجاهها المماس للمسار في G ،
- منحناها هو منحنى الحركة.

تعبير متجهة السرعة

في أساس فيرني	في أساس ديكارتي
$\vec{V}_G = v\vec{u}$ <p>بحيث:</p> $v = \dot{s} = \frac{ds}{dt}$ <p>تمثل v القيمة الجبرية لمتجهة السرعة اللحظية:</p> $v = \pm \ \vec{V}\ $ <p>تتعلق إشارة v بمنحى الحركة:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $v > 0$: G تتحرك في المنحى الموجب أي منحى \vec{u}. ▪ $v < 0$: G تتحرك في المنحى السالب أي عكس منحى \vec{u}. <p>و قيمة السرعة اللحظية هي:</p> $\ \vec{V}\ = v \quad (m.s^{-1})$	$\vec{V}_G = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ <p>بحيث:</p> $\vec{V}_G \begin{cases} v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \dot{z} = \frac{dz}{dt} \end{cases} \quad (m.s^{-1})$ <p>إحداثيات متجهة السرعة تساوي في كل لحظة المشتقات بالنسبة للزمن لإحداثيات متجهة الموضع. و قيمة السرعة اللحظية هي:</p> $\ \vec{V}\ = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (m.s^{-1})$

تحديد و إنشاء متجهة السرعة

انطلاقاً من تسجيل لمواضع G خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها τ يمكن تحديد قيمة السرعة اللحظية في موضع ما G_i بتطبيق علاقة التأطير التالية:



$$\vec{v}_i \approx \frac{\vec{G}_{i-1}G_{i+1}}{2\tau}$$

• متجهة التسارع

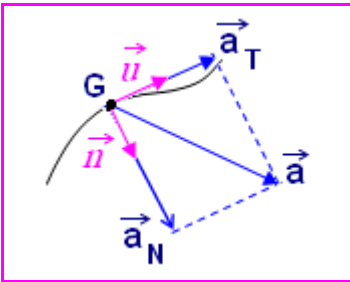
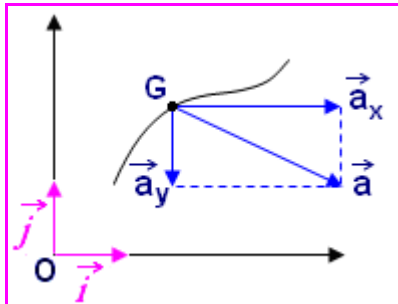
تساوي متجهة التسارع اللحظي المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة السرعة أي المشتقة الثانية

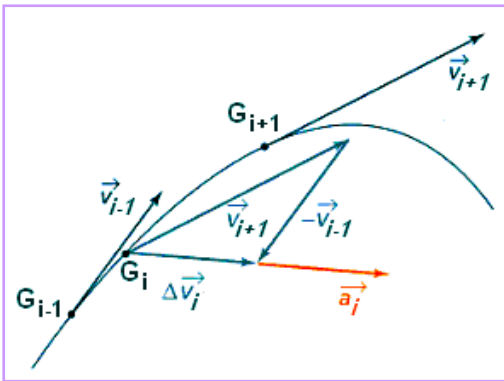
تعريف

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2}$$

بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع :

تعبير متجهة التسارع

في أساس فيرني	في أساس ديكارتي
$\vec{a}_G = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$ $\vec{a}_G \begin{cases} a_T = \dot{v} = \dot{s} \\ a_N = \frac{v^2}{\rho} \end{cases} \quad (m.s^{-2}) \quad \text{بحيث:}$ <p>ρ شعاع الانحناء للمسار في موضع G. وهو يساوي شعاع الدائرة المماسية للمسار في هذا الموضع. وقيمة التسارع اللحظي هي:</p> $\ \vec{a}\ = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} \quad (m.s^{-2})$ 	$\vec{a}_G = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ <p>بحيث:</p> $\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases} \quad (m.s^{-2})$ <p>و قيمة التسارع اللحظي هي:</p> $\ \vec{a}\ = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (m.s^{-2})$ 



إنشاء متجهة التسارع

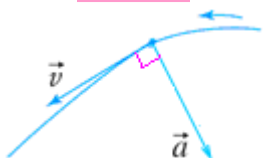

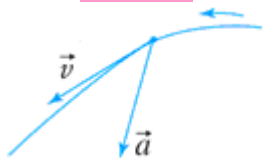
باستغلال تسجيل لمواضع G خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها τ يمكن إنشاء متجهة التسارع في موضع ما G_i بتطبيق علاقة التأخير التالية:

$$\vec{a}_i \approx \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau} = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{2\tau}$$

خاصية متجهة التسارع هي دائما موجهة نحو تقعر المسار.

منحى متجهة التسارع و طبيعة الحركة

تحدد إشارة الجداء السلمي $\vec{v} \cdot \vec{a} = v \cdot a_T$ طبيعة الحركة:

$\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$  <p>حركة منتظمة</p>	$\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$  <p>حركة متباطئة</p>	$\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$  <p>حركة متسارعة</p>
--	---	---

II. قوانين نيوتن

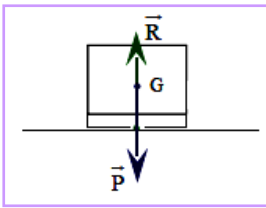
• مبدأ القصور (القانون الأول)

قانون في معلم غاليلي إذا كان مجموع متجهات القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب منعزلاً (جسم معزول أو شبه معزول) فإن مركز قصوره G يكون في حالة السكون أو في حركة مستقيمة منتظمة:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{V}_G = \vec{C}t$$

تحقق تجريبي: يرسل حامل ذاتي على منضدة أفقية بدون احتكاك و تسجل مواضع مركز

قصوره G خلال مدد زمنية متتالية و متساوية.



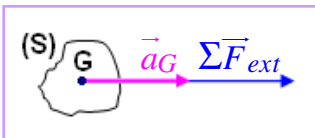
يلاحظ أن حركة G مستقيمة و منتظمة و $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

• مبرهنة مركز القصور (القانون الثاني)

قانون في معلم غاليلي يساوي مجموع متجهات القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب متحرك جذاء كتلته و متجهة تسارع مركز قصوره في كل لحظة:

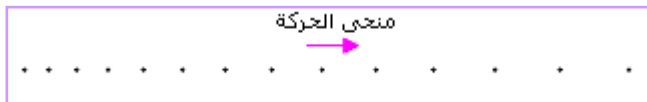
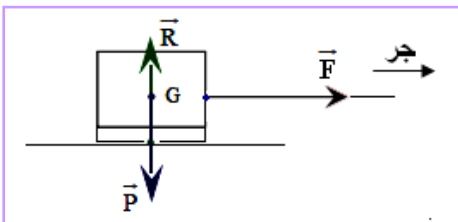
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \quad (\text{العلاقة الأساسية للديناميك})$$

متجهة التسارع و مجموع متجهات القوى مستقيمتان و لهما نفس المنحى في كل لحظة خلال حركة الجسم.



تحقق تجريبي: يجر حامل ذاتي على منضدة أفقية بدون احتكاك تحت تأثير قوة ثابتة \vec{F}

اتجاهها أفقي و تسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية و متساوية.



يمكن التحقق من أن حركة G مستقيمة و متسارعة بانتظام أي $\vec{a}_G = \vec{c}t$

و أن: $\frac{F}{a_G} = m$ كما أن $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ و \vec{a}_G مستقيمتان و لهما نفس المنحى.

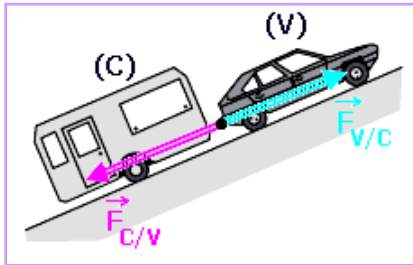
• مبدأ التأثيرات البينية (القانون الثالث)

إذا كان جسمان A و B في تأثير بيني فإن القوتين المرتبطتين بهذا التأثير متعاكستان

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$

سواء كان الجسمان في حالة السكون أو في حركة:

قانون



▪ مثال: التأثير البيني الحاصل بين سيارة و مقطورة.

القوة المرتبطة بتأثير السيارة على المقطورة و القوة المرتبطة بتأثير المقطورة على السيارة قوتان متعاكستان.

• طريقة منهجية لتطبيق القانون الثاني لنيوتن

✓ اختيار معلم غاليلي (معلم أرضي غالبا)،

✓ تحديد المجموعة المدروسة،

✓ جرد القوى الخارجية المطبقة عليها،

✓ تطبيق ع.أ.د. $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$

✓ إسقاطها في معلم للفضاء:

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \dots = ma_x \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots = ma_y \\ F_{1z} + F_{2z} + \dots = ma_z \end{cases}$$

- في معلم ديكارتي:

$$\begin{cases} F_{1T} + F_{2T} + \dots = ma_T \\ F_{1N} + F_{2N} + \dots = ma_N \end{cases}$$

- أو في معلم فريني (في حركة دائرية خاصة):

.III الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام

تعبر حركة مركز القصور G لجسم صلب مستقيمة متغيرة بانتظام إذا كان مساره

$$\vec{a}_G = \vec{cte}$$

مستقيما و تسارعه ثابتا:

تعريف

• المعادلات الزمنية

التسارع	السرعة	الأفصول
$a = cte$	$v = at + v_0$	$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

v_0 و x_0 على التوالي السرعة و الأفصول عند اللحظة $t=0$ و يحددان تبعا لاختيار الشروط البدئية.