المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2020
– الموضوع –

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

– يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
– يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
– ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	النهايات و الاشتقاق و حساب التكامل	4 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية	7 نقطة

- نرمز ب $\overline{z}$ لمرافق العدد العقدي z
- $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (4 نقط):

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$ لكل n من $I\!N$

0.25 — 1) احسب u_1

0.5 — 2) بين بالترجع أن لكل n من $I\!N$ ، $u_n > 0$

1 — 3) أ) بين أن $0 < u_{n+1} \le \frac{2}{5}u_n$ لكل n من $I\!N$ ، ثم استنتج أن $0 < u_n \le \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من $I\!N$

0.5 — ب) احسب النهاية $\lim u_n$

4) نعتبر (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب $v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من $I\!N$

0.75 — أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$

1 — ب) حدد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من $I\!N$

التمرين الثاني (5 نقط) :

1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):\ z^2 - 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z + 16 = 0$

0.5 — أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = -4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$

1 — ب) استنتج حلي المعادلة (E)

2) نعتبر الأعداد العقدية : $a = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right) + i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$ و $b = 1 + i\sqrt{3}$ و $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

0.75 — أ) تحقق من أن $b\overline{c} = a$ و استنتج أن $ac = 4b$

0.5 — ب) أكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي

0.5 — ج) استنتج أن $a = 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي b و c و d ، حيث $d = a^4$.

ليكن z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{12}$.

0.5 — أ) تحقق أن $z' = \frac{1}{4}az$

0.25 — ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R

0.25 — ج) حدد طبيعة المثلث OBC .

0.75 — د) بين أن $a^4 = 128b$ و استنتج أن النقط O و B و D مستقيمية

التمرين الثالث (4 نقط) :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2\sqrt{x}-2-\ln x$

0.5 — 1) أ) بين أن لكل x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$

0.5 — ب) بين أن الدالة g تزايدية قطعا على المجال $[1;+\infty[$

0.5 — ج) استنتج أن لكل x من المجال $[1;+\infty[$ ، $0\le \ln x\le 2\sqrt{x}$ (لاحظ أن $2\sqrt{x}-2\le 2\sqrt{x}$)

1 — د) بين أن لكل x من المجال $[1;+\infty[$ ، $0\le \dfrac{(\ln x)^3}{x^2}\le \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^3}{x^2}$

0.75 — 2) أ) بين أن الدالة G المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $G(x)=x\left(-1+\dfrac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)$ هي دالة أصلية للدالة g

0.75 — ب) احسب التكامل $\int_1^4 g(x)dx$

المسألة (7 نقط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على ℝ بما يلي : $f(x)=-x+\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : 2cm)

0.5 — 1) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$

0.5 — 2) أ) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+\dfrac{5}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

0.75 — ب) حل المعادلة $e^{x-2}-4=0$ ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت (Δ) على المجال $[2+\ln 4,+\infty[$ و فوق (Δ) على المجال $]-\infty,2+\ln 4]$

0.5 — 3) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا

0.5 — 4) أ) بين أن لكل x من ℝ : $f'(x)=-\left(e^{x-2}-1\right)^2$

0.25 — ب) ضع جدول تغيرات الدالة f

0.75 — 5) احسب $f''(x)$ لكل x من ℝ ثم بين أن $A(2,2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

0.5 — 6) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $2+\ln 3<\alpha<2+\ln 4$

1 — 7) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ القيمتين المقربتين التاليتين : $\ln 2\approx 0,7$ و $\ln 3\approx 1,1$)

0.5 — 8) أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على ℝ

0.75 — ب) أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} (لاحظ أن المستقيم (Δ) عمودي على المنصف الأول للمعلم)

0.5 — ج) أحسب $\left(f^{-1}\right)'(2-\ln 3)$ (لاحظ أن $f^{-1}(2-\ln 3)=2+\ln 3$)